

# SMŠ “Zijah Dizdarević” Fojnica



Nastavni plan i program Federalnog ministarstva  
za opću gimnaziju iz 1999.

# MATEMATIKA

Pripremio: Mirnes Smajilović, prof. matematike  
Voditelj aktiva matematika, fizika, informatika

Školska 2014/15. godina

## MATEMATIKA

### CILJ

- sticanje matematičkih znanja i sposobnosti neophodnih za razumijevanje zakonitosti u prirodi i društvu, za primjenu u praksi i u procesu proizvodnje, kao i za uspješno nastavljanje obrazovanja;
- razvijanje sposobnosti učenika da pravilno rasuđuju, logički zaključuju, da razvijaju maštu, stvaralačko matematičko mišljenje i pozitivne osobine ličnosti.

### ZADACI

- sticanje znanja potrebnih za razumijevanje kvantitativnih i prostornih odnosa, razvijanje opće matematičke kulture neophodne za uključivanje u svijet rada i za praćenje savremenog društveno-ekonomskog i naučno-tehničkog razvoja;
- osposobljavanje učenika za uspješno i kvalitetno nastavljanje obrazovanja i uključivanje u druge naučne oblasti u kojima se matematika primjenjuje u toku školovanja i kasnije u procesu proizvodnje;
- razvijanje pravilnog logičkog i apstraktnog mišljenja i zaključivanja;
- izgrađivanje pozitivnih osobina ličnosti kao što su: radne navike, upornost, sistematičnost, urednost, tačnost, preciznost, odgovornost, kritičnost, smisao za samostalni rad, razvijanje kulturnih, etičkih i estetskih navika kod učenika;
- razvijanje sposobnosti učenika za samostalno korišćenje stručne literature i drugih izvora znanja.

## I RAZRED

4 časa sedmično - 140 časova godišnje

### ZADACI

- da učenici sistematiziraju i objedine stečena znanja o brojevima i načinu formiranja skupa realnih brojeva;
- da sistematiziraju i prošire dosadašnja znanja o algebarskim izrazima i da ovladaju operacijama među njima i njihovim transformacijama;
- da sistematiziraju i prodube znanja o funkcijama;
- da upoznaju učenike s aksiomima i osnovnim teoremama geometrije;
- da prošire i prodube stečena znanja iz domena konstrukcije geometrijskih figura;
- da sistematiziraju osnovne činjenice o vektorima i operacijama sa vektorima uz značajnije primjene vektora;
- da učenici utvrde pojam i vrstu geometrijskih preslikavanja i da ih znaju primjenjivati pri izradi datih zadataka;
- da sistematiziraju i prošire znanje i potpuno ovladaju linearnim jednačinama sa jednom nepoznatom, kako njihovim rješavanjem tako i primjenom;
- da sistematiziraju i prodube znanje i u cjelosti ovladaju rješavanjem i primjenom sistema jednačina sa dvije nepoznate;
- da osposobe učenike da mogu bez teškoća primjenjivati stečena znanja prilikom rješavanja praktičnih problema.

## PROGRAMSKI SADŽAJI SA ORIJENTACIONOM DISTRIBUCIJOM ČASOVA

1. Osnovi matematičke logike i teorije skupova (10 časova)
2. Skup realnih brojeva (8 časova)
3. Algebarski izrazi (28 časova)
4. Geometrija u ravni (32 časa)
5. Koordinatni sistem u ravni (12 časova)
6. Izometrijska preslikavanja ravni (18 časova)
7. Linearne jednačine (jednadžbe) i nejednačine (nejednadžbe) (18 časova)
8. Sistemi linearnih jednačina (jednadžbi) i nejednačine (nejednadžbi) (12 časova)
9. **Napomena:**  
U svakom polugodištu obavezno je uraditi i po dvije jednočasovne pismene zadaće sa jednočasovnim analizama i ispravicima (8 časova)

### 1. OSNOVI MATEMATIČKE LOGIKE I TEORIJE SKUPOVA

Osnovni pojmovi u matematici: iskaz, definicija, aksioma, teorema, dokaz, potreban i dovoljan uslov.

Osnovni pojmovi matematičke logike: iskaz, disjunkcija, konjunkcija, negacija, implikacija, ekvivalencija.

Osnovni pojmovi teorije skupova: skup, podskup, unija, presjek, razlika, komplement.

Dekartov proizvod. Relacije. Pojam funkcije. Osobine funkcije. Pojam inverzne funkcije.

### 2. SKUP REALNIH BROJEVA

### 3. ALGEBARSKI IZRAZI

Stepen (potencija) s cjelobrojnim izložiocem (eksponentom). Operacije sa stepenima jednakih osnova (baza), odnosno izložilaca. Cijeli brojevi izraza na osnovu osobina operacija u  $\mathbb{R}$ . Cijeli algebarski izrazi. Pojam promjenljive (varijable). Pravila formiranja. Cijeli algebarski izraz kao funkcija. Transformacija cijelih algebarskih izraza. Monomi. Sabiranje i množenje monoma. Polinomi u jednoj varijabli. Sabiranje,

oduzimanje i množenje polinoma. Kvadrat zbira i razlike, razlika kvadrata, kuć zbir i razlike, zbir i razlika kubova. Rastavljanje cijelih algebarskih izraza na faktore. Dijeljenje cijelih brojeva s ostatkom. Euklidov algoritam. Prikaz najveće zajedničke mjere  $d$  cijelih brojeva,  $b$  u obliku

$d = ax + by$ . Dijeljenje polinoma s ostatkom. Nule polinoma. Bezouva (Bezout) teorema. Hornerava shema. Teorema identičnosti polinoma. Razlomljeni (racionalni) brojevnici izrazi. Pravila formiranja: Vrijednost i transformacija razlomljenog brojevnog izraza. Razlomljeni (racionalni) algebarski izrazi. Transformacija razlomljenih algebarskih izraza.

#### 4. GEOMETRIJA U RAVNI

Osnovni izvedeni pojmovi i stavovi u geometriji. Osnovni geometrijski objekti i njihovi međusobni odnosi. Poluprava, duž, mnogougao (poligonalna) linija, poluravan, poluprostor. Podudarnost (kongruentnost) duži. Mjerenje duži. Ugao. Podudarnost uglova. Mjerenje uglova. Uglovi uz transverzalu. Pravi ugao, normala (okomica). Uglovi sa paralelnim i uglovi sa normalnim krakima. Unakrsni uglovi. Trougao (trokut). Mnogougao (poligon, mnogokutnik). Zbir unutrašnjih uglova u trouglu i u mnogouglu. Broj dijagonala mnogougla. Podudarnost trouglova. Teoreme o podudarnosti, odnos uglova i stranica u trouglu. Osnovna nejednakost trougla. Simetrala duži i simetrala ugla. Značajne tačke trougla. Konstrukcija normale, simetrale duži i simetrale ugla. Četverougao. Konstruktivni zadaci o trouglu i četverouglu. Površina četverougla i trougla. Vektori u ravni. Pojam vektora. Sabiranje i oduzimanje vektora. Množenje vektora realnim brojem. Linearna kombinacija vektora. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora. Razlaganje vektora na komponente. Orijentisani ugao.

#### 5. KOORDINATNI SISTEM U RAVNI

Pravougli koordinatni sistem u ravni. Pravougla koordinate tačke. Udaljenost dviju tačaka. Koordinate sredine duži. Koordinate težišta trougla. Površina trougla. Razmjera (omjer). Proporcionalnost i proporcija. Funkcija direktne proporcionalnosti (homogena linearna funkcija)  $y = kx$  ( $k \neq 0$ ). Afina (linearna nehomogena) funkcija  $y = kx + n$ . Tok i grafik tih funkcija i funkcija sa apsolutnim vrijednostima koje se na njih svode. Funkcija obrnute

proporcionalnosti  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ), njen tok i grafik (hiperbola)

## 6. IZOMETRIJSKA PRESLIKAVANJA RAVNI

Translacija ravni. Osobina translacije. Rotacija ravni. Osobina rotacije da čuva udaljenost tačaka, u odnosu na tačku. Simetrija ravni u odnosu na pravu. Osobina simetrije. Izometrija ravni. Osobine izometrije. Podudarnost i izometrija. Razne primjene izometrije (u obliku zadataka).

## 7. LINEARNE JEDNAČINE

Jednakosti i jednačine. Ekvivalentne jednačine. Rješavanje linearnih jednačina s jednom nepoznatom. Diskusija rješenja. Problemi koji se rješavaju pomoću linearnih jedinačina s jednom nepoznatom. Jednačine s apsolutnom vrijednošću. Nejednakost i nejednačine. Ekvivalentne nejednačine. Rješavanje linearnih nejednačina s jednom nepoznatom. Sistem linearnih nejednačina s jednom nepoznatom (grafički prikaz rješenja).

## 8. SISTEMI LINEARNIH JEDNAČINA I NEJEDNAČINA

Linearna jednačina sa dvije nepoznate. Linearna Diofantova jednačina sa dvije nepoznate. Sistem od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate. Metode rješavanja: metoda supstitucije, Gausova (Gauss) metoda, metoda determinanti, grafička metoda. Diskusija rješenja. Primjena sistema linearnih jednačina sa dvije nepoznanice. Sistemi od tri i više linearnih jednačina s tri i više nepoznatih.

## II RAZRED

4 časa sedmično - 140 časova godišnje

### ZADACI

- da učenici upoznaju, shvate i ovladaju homotetijom i sličnošću kao preslikavanjima i primjenom tih preslikavanja; posebnu pažnju posvetiti izradi konstruktivnih zadataka koji se rješavaju primjenom pomenutih preslikavanja;
- da učenici shvate osnovne operacije sa stepenima i korijenima i da ih znaju primijeniti pri transformiranju odgovarajućih izraza;
- da shvate pojam kompleksnog broja;
- da na nivou neophodne sigurnosti određuju grafik, znak, nule, ekstrem i tok kvadratne funkcije i da vide mogućnost primjene u geometriji, fizici i nekim drugim oblastima;
- da rješavaju kvadratnu jednačinu do automatizma i da pouzdano znaju zavisnost prirode rješenja od diskriminante;
- da upoznaju Viétté formule i njihovu primjenu u jednostavnijim slučajevima;
- da ovladaju primjenom kvadratnih jednačina sa jednom nepoznatom;
- da upoznaju jednačine višeg reda i metode njihovog rješavanja;
- da upoznaju iracionalne jednačine i nejednačine i ovladaju tehnikom i metodom njihovog rješavanja;
- da upoznaju i rješavaju sisteme jednačina u kojima je jedna kvadratna, a jedna linearna jednačina ili su obje kvadratne;
- da shvate svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcije i da ih pamte na osnovu grafika, te da, na osnovu toga, mogu upoređivati odgovarajuće brojčane izraze i rješavati eksponencijalne i logaritamske jednačine i nejednačine, uključujući i složenije primjere;

- da pouzdano upoznaju i ovladaju definicijama trigonometrijskih funkcija i da ne osnovu trigonometrijske kružnice otkrivaju njihove osobine;
- da upoznaju i ovladaju osnovnim trigonometrijskim identitetima i njihovom primjenom;

### PROGRAMSKI SADRŽAJI SA ORJENTACIONOM DISTRIBUCIJOM ČASOVA

1. Homotetija i sličnost (20 časova)
2. Stepeni i korijeni (25 časova)
3. Skup kompleksnih brojeva (8 časova)
4. Kvadratna funkcija, kvadratne jednačine (jednadžbe) i nejednačine (nejednadžbe) (23 časa)
5. Jednačine (jednadžbe) višeg reda. Sistemi kvadratnih jednačina (jednadžbi) (12 časova)
6. Iracionalne jednačine (jednadžbe) i nejednačine (nejednadžbe) (9 časova)
7. Eksponencijalne jednačine (jednadžbe) i nejednačine (nejednadžbe) (9 časova)
8. Logaritmi, logaritamske jednačine (jednadžbe) i nejednačine (nejednadžbe) (16 časova)
9. Osnovi trigonometrije (10 časova)
10. **Napomena:**  
U svakom polugodištu obavezno je uraditi i po dvije jednočasovne pismene zadaće sa jednočasovnim analizama i ispravicima (8 časova)

#### 1. HOMOTETIJA I SLIČNOST

Krug i kružnica (kružna linija). Centralni i periferijski ugao. Tangente kružnice. Tangentni i tetivni četverougao. Proporcionalnost duži. Talesova teorema. Podjela duži na  $n$  jednakih dijelova. Homotetija kao preslikavanje. Sličnost. Sličnost trouglova i mnogouglova. Teorema sličnosti. Primjena sličnosti na pravougli trougao. Pitagorina teorema. Geometrijska sredina dvije duži. Osobine simetrala unutrašnjeg i vanjskog ugla trougla. Potencija tačke u odnosu na kružnicu. Konstruktivni zadaci - primjena sličnosti



**2. STEPENI KORIJENI**

Stepen čiji je izložilac cio pozitivan broj ili nula. Pravila stepenovanja. Operacije sa stepenima. Stepen čiji je izložilac cio negativan broj. Korijen. Pravila korjenovanja. Operacije korijenima. Racionaliziranje imenioca. Stepeni sa racionalnim i realnim eksponentima.

**3. SKUP KOMPLEKSNIH BROJEVA**

Formiranje skupa kompleksnih brojeva. Operacija u skupu kompleksnih brojeva. Preslikavanje skupa kompleksnih brojeva u skup tačaka kompleksne ravni. Grafička interpretacija sabiranja i oduzimanja kompleksnih brojeva.

**4. KVADRATNE FUNKCIJE, KVADRATNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE**

Kvadratne funkcije  $y = ax^2$ ,  $y = ax^2 + bx + c$  (grafik, nule, znak, ekstrem, tok). Kvadratne jednačine. Potpuna i nepotpuna kvadratna jednačina, normalni oblik, Vietove formule. Primjena kvadratnih jednačina. Kvadratni trinom. Rastavljanje na linearne faktore. Znak kvadratnog trinoma. Kvadratne nejednačine.

**5. JEDNAČINE VIŠEG REDA. SISTEMI KVADRATNIH JEDNAČINA**

Bikvadratne jednačine  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ . Jednačine višeg reda sa simetričnim koeficijentima. Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog, a jedna drugog stepena. Sistemi kvadratnih jednačina sa dvije nepoznate.

**6. IRACIONALNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE**

Pojam iracionalne jednačine. Iracionalne jednačine  $\sqrt{f(x)}$ , gdje je  $f(x)$  cijela ili razlomljena racionalna funkcija prvog ili drugog stepena. Pojam iracionalne nejednačine. Iracionalne nejednačine  $\sqrt{f(x)}$ , gdje je  $f(x)$  cijela ili razlomljena racionalna funkcija.

**7. EKSPONENCIJALNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE**

Eksponencijalna funkcija  $y = a^x$ . Pojam, svojstva i grafik. Eksponencijalne jednačine oblika  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ , pri čemu su  $f(x)$  i  $g(x)$  polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena. Eksponencijalne nejednačine oblika  $a^{f(x)} < a^{g(x)}$  pri čemu su  $f(x)$  i  $g(x)$  polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena.

## 8. LOGARITMI, LOGARITAMSKE JEDNAČINE ILI NEJEDNAČINE

Pojam inverzne funkcije. Pojam logaritma i logaritamske funkcije. Osobine, svojstva i grafik. Pravila logaritmiranja. Prelazak s jedne baze na drugu. Dekadski i prirodni logaritmi. Primjena logaritama. Logaritamske jednačine oblika  $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ , pri čemu su  $f(x)$  i  $g(x)$  polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena. Logaritamske nejednačine oblika  $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ , pri čemu su  $f(x)$  i  $g(x)$  polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepene.

## 9. OSNOVI TRIGONOMETRIJE

Vrijednosti trigonometrijskih funkcija od  $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ . Osnovni trigonometrijski identiteti.

### III RAZRED

4 časa sedmično - 140 časova godišnje

#### ZADACI

- da cjelovito i detaljno upoznaju trigonometrijske funkcije i da ovladaju njihovom primjenom u ostalim naučnim disciplinama
- da temeljito upoznaju adicione teoreme
- da ovladaju sinusnom i kosinusnom teoremom i njihovom primjenom na rješavanju praktičnih zadataka
- da učenici prodube i prošire znanja iz trigonometrije i da usvoje elemente inverznih trigonometrijskih funkcija;
- da učenici znaju rješavati trigonometrijske jednačine i nejednačine;
- da ovladaju znanjima iz oblasti izračunavanja površina geometrijskih figura u ravni;
- da steknu osnovna znanja iz vektorskog računa;

- da ovladaju prostornim odnosima i da što lakše uočavaju osobine geometrijskih figura;
- da primjenjuju stečena znanja iz stereometrije pri izradi raznovrsnih zadataka.

### PROGRAMSKI SADRŽAJI SA ORIJENTACIONOM DISTRIBUCIJOM ČASOVA

1. Trigonometrija (41 čas)
2. Površina geometrijskih figura u ravni (10 časova)
3. Analitička geometrija u ravni (35 časova)
4. Koordinatni sistem u prostoru. Vektori u prostoru (22 časa)
5. Elementi geometrije prostora (tačka, prava, ravan) (12 časova)
6. Geometrijske figure u prostoru (stereometrije) (30 časova)
7. **Napomena**  
U svakom polugodištu obavezno je uraditi i po dvije dvočasovne pismene zadaće sa jednočasovnim analizama i ispravicima (12 časova)

#### 1. TRIGONOMETRIJA

Orijentisani ugao. Radijan. Trigonometrijska kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija na kružnici. Periodičnost trigonometrijskih funkcija. Trigonometrijske funkcije negativnog argumenta. Svođenje na prvi kvadrant. Grafici trigonometrijskih funkcija  $y = \sin x$ ,  $y = a \sin x$ ,  $y = a \sin bx$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = a \cos x$ ,  $y = a \cos bx$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Grafičko predstavljanje funkcije  $y = a \sin (bx + c) + d$ ,  $y = a \cos (bx + c) + d$  pomoću karakterističnih tačaka. Adicione teoreme. Trigonometrijske funkcije dvostranog ugla i poluugla. Transformacija zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod. Transformacija trigonometrijskih izraza. Sinusna i kosinusna teorema i rješavanje pravouglog i kosouglog trougla. Funkcije inverzne trigonometrijskim funkcijama - ciklotometrijske funkcije ( $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\arctg$ ,  $\operatorname{arcctg}$ ). Trigonometrijske jednačine. Rješavanje raznih tipova trigonometrijskih jednačina. Diskusija rješenja. Trigonometrijske nejednačine. Grafički prikaz rješenja trigonometrijskih nejednačina. Sistemi trigonometrijskih jednačina sa dvije nepoznate.

**2. POVRŠINA GEOMETRIJSKIH FIGURA U RAVNI**

Površina pravougaonika (pravokutnika), kvadrata, paralelograma. površina trougla, trapeza, četverougla (četverokutnika) s normalnim (okomitim) dijagonalama. Heronov obrazac. Površina mnogougla. Površina kruga, kružnog isječka; kružnog prstena i kružnog odsječka.

**3. ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNI – tačka i prava**

Koordinatni sistemi. Translacija i rotacija koordinatnog sistema u ravni. Udaljenost dviju tačaka. Podjela duži u datom omjeru, koordinate djelišta. Površina trougla. Uslov da tri tačke pripadaju istoj pravoj. Pojam i formiranje jednačine geometrijskog mjesta tačaka u ravni. Jednačina prave. Eksplicitni, opći, segmentni i normalni oblik jednačine prave. Ugao između dvije prave. Uslov paralelnosti i normalnosti pravih. Presjek dvije prave. Pramen pravih. Jednačina prave kroz jednu tačku. Jednačina prave kroz dvije tačke. Rastojanje tačke od prave. Simetrala ugla.

**4. ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNI (konusni presjeci)**

Jednačina kružnice (centralna i opća). Centralni i osni oblik jednačine elipse, hiperbole i parabole. Međusobni položaj prave i krive drugog reda (kružnice, elipse, hiperbole i parabole), uslov dodira. Ugao presjeka između dvije krive drugog reda, zajednička tangenta dvije krive.

**5. KOORDINATNI SISTEM U PROSTORU, VEKTORI U PROSTORU**

Vektori u prostoru. Osnovne operacije s vektorima. Vektorski prostor. Linearna kombinacija vektora. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora. Baza vektorskog prostora. Koordinatni vektori

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ . Razlaganje vektora na komponente. Koordinate vektora u odnosu na neku bazu vektorskog prostora. Projekcija vektora na pravu i na ravan. projekcija vektora na osu. Definicija i osobine skalarnog proizvoda dva vektora. Vektorski proizvod dva vektora. Osobine. Mješoviti proizvod vektora. Geometrijsko značenje mješovitog proizvoda (determinante). Uvjet linearne zavisnosti tri vektora.

**6. ELEMENTI GEOMETRIJE PROSTORA.**

Tačka, prava i ravan. Poluravan, poluprostor. Odnos prave i ravni. Odnos dviju pravih u prostoru: paralelne prave, mimoilazne prave. Odnos dviju ravni u prostoru. Normala na ravan. ugao između dvije ravni. udaljenost paralelnih i mimoilaznih pravih Centralna, osna i ravanska simetrija. Rotacija.

## 7. GEOMETRIJSKE FIGURE U PROSTORU (STEREOMETRIJA)

Diedar, rogalj i poliedar. odnos strana i diedara triedara. Prizma, piramida i njihovi ravni presjeci. Sličnost poliedara. Površina i zapremina poliedara. Zapremina kvadra. Kavaljerijev princip. Zapremina prizme, piramide i zarubljene piramide. Obrtna (rotaciona) tijela. Valjak (cilindar). Kupa (stožac). Lopta (kugla) Ravni presjedi obrtnih tijela. Površina i zapremina uspravnog valjka, uspravne kupe i uspravne zarubljene kupe. Površina i zapremina lopte i njenih dijelova. Upisani i opisani sfera poliedra, uspravnog valjka i uspravne kupe.

## IV RAZRED

3 časa sedmično - 90 časova godišnje

### ZADACI

- da učenici shvate i ovladaju potpunom matematičkom indukcijom;
- da usvoje trigonometrijski oblik kompleksnog broja i uoče neograničenost izvođenja računskih operacija u skupu  $C$ ;
- da upoznaju elemente kombinatorike i ovladaju izradom zadataka iz te oblasti;
- da usvoje osnovna znanja iz vjerovatnoće i statistike;
- da upoznaju i ovladaju osnovnim pojmovima i elementima o nizovima i redovima;
- da sistematiziraju dosadašnja znanja o funkcijama i usvoje elemente graničnih vrijednosti i neprekidnosti funkcija;
- da usvoje i ovladaju elementima diferencijalnog računa;
- da znaju primjenjivati integralni račun u izradi raznovrsnih zadataka.

**PROGRAMSKI SADRŽAJI  
SA ORIJENTACIONOM DISTRIBUCIJOM ČASOVA**

- |  |             |
|--|-------------|
| 1. Matematička indukcija   | (4 časa)    |
| 2. Trigonometrijski oblik kompleksnog broja  | (5 časova)  |
| 3. Kombinatorika   | (9 časova)  |
| 4. Skup R  | (3 časa)    |
| 5. Nizovi i redovi   | (10 časova) |
| 6. Realne funkcije jedne promjenljive  | (8 časova)  |
| 7. Deferencijalni račun  | (23 časa)   |
| 8. Integralni račun  | (20 časova) |
| 10. <b>Napomena:</b>   |             |
| U svakom polugodištu obavezno je uraditi i po dvije jednočasovne pismene zadaće sa jednočasovnim analizama i ispravcima (8 časova) |             |

**1. MATEMATIČKA INDUKCIJA**

Pojam indukcije. Princip potpune matematičke indukcije. primjena matematičke indukcije. (Dokazi raznih identiteta, nejednakosti, tvrdnji o djeljivosti, itd.)

**2. TRIGONOMETRIJSKI OBLIK KOMPLEKSNOG BROJA**

Trigonometrijski oblik kompleksnog broja. Operacije s kompleksnim brojevima u trigonometrijskom obliku: množenje, dijeljenje, stepenovanje (Moavrov obrazac) i korjenovanje.

**3. KOMBINATORIKA**

Elementi kombinatorike. permutacije. Varijacije bez poznavanja i sa ponavljanjem. Kombinacije bez ponavljanja i sa ponavljanjem. Binomni obrazac, Osobine binomnih koeficijenata.

**4. SKUP R**

Podskupovi skupa R. Gornja i donja granica. Supremum i infimum. Aksiom potpunosti skupa R. Tačka nagomilavanja.

**5. NIZOVI I REDOVI**

Brojni niz. Aritmetička progresija. Geometrijska progresija. Interpolacija članova aritmetičke i geometrijske progresije. Složeni kamatni račun. Granična vrijednost niza. Računanje sa graničnim vrijednostima. Monotoni nizovi. Broj e. Stav o umetnutim razmacima. Pojam reda. Geometrijski red. Beskonačni decimalni razlomci kao konvergentni redovi. Neprobrojnost skupa R.

**6. REALNA FUNKCIJA JEDNE REALNE PROMJENLJIVE**

Pojam realne funkcije jedne realne promjenljive. Područje definiranosti i područje vrijednosti funkcije. Grafik funkcije. Kompozicija funkcija. Osobine funkcije; ograničenost, parnost, monotonost, periodičnost. Pregled elementarnih funkcija. Granična vrijednost funkcije  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ . Računanje s graničnim vrijednostima funkcija. Neprekidnost. Osobine neprekidnih funkcija. Asimptote krivih.

**7. DIFERENCIJALNI RAČUN**

Izvod funkcije u tački. Geometrijsko značenje izvoda. Tangenta i normala. Pravila diferenciranja. Izvod složene funkcije. Izvod inverzne funkcije. Izvod osnovnih elementarnih funkcija. Pojam diferencijala. Izvodi i diferencijali višeg reda. Primjena izvoda na zadatke o ekstremima funkcija. Ispitivanje toka i crtanje grafika funkcija. Numerično rješavanje jednačina.

**8. INTEGRALNI RAČUN**

Primitivna funkcija i neodređeni integral. Tablica osnovnih neodređenih integrala. Osnovna pravila integracije. Metoda zamjene. Metoda parcijalne integracije. Razlaganje racionalnih funkcija na parcijalne razlomke - metoda neodređenih koeficijenata. Integracija racionalnih funkcija. Određeni integral. Osobine određenog integrala. Njutn-Lajbnicova (Newton - Leibnitz) formula. primjena određenog integrala na izračunavanje površine ravnih figura i dužine luka krivih (dati obrazac bez izvođenja). Zapremina i površina rotacionih tijela.

**UPUTSTVO ZA IZVOĐENJE PROGRAMA**

**I RAZRED**

1. Uvesti osnovne elemente matematičke logike i teorije skupova u mjeri koja je neophodna za dalje praćenje programskih sadržaja. Objasniti šta znači dokaz o matematici. Povezati logičke iskaze sa skupovnim operacijama. (disjunkcija – unija skupova, konjunkcija - presjek skupova itd.)
2. U okviru poglavlja o skupu R realnih brojeva treba sistematizirati i produbiti dosadašnja saznanja o skupovima N, Z, Q i R Formiranje svakog novog skupa usloviti potrebom da dobijeni skup bude

zatvoren za razmatranu operaciju uz uvažavanje principa permanencije. Nakon formiranja skupa  $R$  realnih brojeva treba uvesti brojnu osu i apsolutnu vrijednost realnog broja kao udaljenost toga broja na brojnoj osi od nule. Na kraju dati pravila zaokruživanja brojeva.

3. Algebarski izrazi predstavljaju standardni dio nastavnih sadržaja predmeta matematike. Ipak se oni ne realiziraju uvijek na poželjan način. Iz skice ovog dijela sadržaja se može naslutiti kako se njegova realizacija u nastavi zamišlja. Pod "pravilima formiranja" dotične klase izraza misli se na (u stvari) određenu definiciju. Tako se naprimjer, kod cijelih brojevnih izraza pod tim podrazumijeva ova njihova definicija: Svaki realan broj je cio brojevni izraz. Suma, razlika i proizvod cijelih brojevnih izraza je cio brojevni izraz. Uopće, što se u konačno mnogo koraka može dobiti na osnovu uzastopne primjene ovih "pravila" je cio brojevni izraz. Kod toga treba reći i o tome kako se pišu složeniji brojevni izrazi (upotreba zagrada). Transformacije ovih izraza (oslobađanje zagrada itd.) se vrše na osnovu osobina operacija u skupu  $R$ . Što se tiče algebarskih izraza, situacija sa "pravilima formiranja" je slična. Polazi se jedino od brojeva i varijabli kao osnovnih izraza. Naravno, kod racionalnih izraza, pored sabiranja, oduzimanja i množenja dolazi još i dijeljenje. Shvatanje ovih izraza kao funkcija (varijabli koje sadrže) je prirodno i može se uzeti kao osnov za jednakost. Međutim, utvrđivanje jednakosti dvaju algebarskih izraza nije nimalo jednostavno, pa se transformacije ovih izraza vrše samo uz upotrebu nekih osnovnih identiteta, od kojih su mnogi neposredna slika osobina operacija u skupu  $R$ . Pod polinomom se ne podrazumijeva "višečlani izraz" već, precizno, algebarski izraz oblika  $a_0x^n + \dots + a_{n-1}x + a_n$ , ako se ograničimo na jednu varijablu. Operacije sa polinomima nisu ništa drugo do specijalne transformacije cijelih algebarskih izraza. Dok se ne dokaže (ili eventualno samo spomene) teorema identičnosti polinoma, zna se samo da su dva polinoma (očigledno) jednaka kad imaju jednake odgovarajuće koeficijente, ali se ne zna da je to slučaj samo tada. U okviru realizacije ovog dijela programa prirodno se pojavljuje pojam funkcije, područja definicije i jednakosti funkcije, ali u pitanje područja definicije, njegovog preciznog određivanja, može se ulaziti samo u jednostavnijim slučajevima. Sigurnost u radu sa algebarskim izrazima, specijalno u računanju sa brojevima, olakšaće savladavanje gradiva, nastavnog programa, ali se izlaganje iz područja obuhvaćenih ovim temama, koja su standardna i nema velike potrebe za posebnim uputstvima u vezi sa njihovom



realizacijom, treba iskoristiti za dalje utvrđivanje i uvježbavanje znanja o realnim brojevima i algebarskim izrazima.

4. Preostale tačke nastavnog programa se odnose isključivo na geometrijske sadržaje, zapravo na geometriju ravni. Prva od njih (t.4) započinje uvodom u geometriju i pored konkretnih znanja treba da učeniku ponudi potpuniju predstavu o dedukciji. Zamišlja se da pitanje rasporeda tačaka na prvoj započne međusobno obrnutim uređenjima tačaka prave, a da se relacija "biti između" izvede iz pojmovu uređenja. Podudarnost duži, uglova i trouglova, koja se ovdje obrađuje, treba da počiva na intuitivnom pojmu "poklapanja" iz koga se sugeriraju neki osnovni stavovi, a zatim koristi smjerna dedukcija koja se stalno podržava intuicijom i zornošću. Postojanje jedne jedine paralele sa datom pravom kroz datu tačku van date prave uči se kao osnovni stav. Na osnovu definicije paralelnosti i tog osnovnog stava može se dokazati da je paralelnost relacija ekvivalencije u skupu pravih neke ravni. Kao osnovni stav uzima se takođe da su paralelnost relacija ekvivalencije u skupu pravih neke ravni. Kao osnovni stav se uzima takođe da su dvije prave u ravni paralelne ako i samo ako su za njih odgovarajući uglovi uz transversalu podudarni, ali ovdje treba istaći i osnovne činjenice koje obično iskazujemo kao mogućnost "prenošenja" duži odnosno uglova. Sada se kao primjeri dedukcije mogu dokazivati stavovi o uglovima sa paralelnim , a poslije uvođenja pojma normalnosti, takođe i uglovi sa normalnim koracima. Posebnu pažnju treba posvetiti konstruktivnim zadacima o trouglu, četverouglu i kružnici. Uvažavajući četiri faze svakog konstruktivnog zadatka uraditi postupno i sistematično veći broj zadataka iz ove oblasti sa naglaskom na konstrukciju trougla. U ovom dijelu treba dati i konstrukciju pravilnih poligona za  $n = 3, 4, 5, 6$ . Izlaganja o ovoj temi završavaju sa vektorima u ravni, gdje se daje samo pojam vektora i osnovne dvije operacije sa vektorima, a u vezi sa njima pojam linearne kombinacije i pojam linearne zavisnosti vektora, a u vezi sa njima pojam linearne kombinacije i pojam linearne zavisnosti vektora. Orijentirani ugao, koji se tu takođe uvode, trebaju kasnije u t. 6 za definiciju rotacije, dok nam pojam vektora dobro dođe u definiciji translacije.
5. Uvođenjem pravouglog koordinatnog sistema u ravni započinje analitička geometrija. Uz pojmove razmjera (omjera) proporcije i proporcionalnosti se promatraju funkcije direktne i obrnute proporcionalnosti i njihovi grafici. Pored toga se promatra tok i grafik

linearne funkcije  $y = kx + n$ , što je početak analitičke geometrije prave i ujedno osnov za proučavanje (sistema) linearnih jednačina sa dvije nepoznate. U razmatranje ovdje se uključuju i jednostavne funkcije u kojima se pojavljuje apsolutna vrijednost.

6. Već spomenuta t. 6 posvećena je izometrijskim preslikavanjima ravni. Tu se precizno definišu najprije specijalna izometrijska preslikavanja: translacija, rotacija i simetrija i dokazuje da ona stvarno imaju osnovnu osobinu izometrije, a zatim uvodi opći pojam izometrije ravni. Za izometriju se dokazuje da čuva ne samo udaljenost tačaka (po definiciji), nego i neke druge osnovne odnose i geometrijske figure.

## II RAZRED

U temi Homotetija i sličnosti treba obraditi proporcionalnost duži i Talesovu teoremu. Nakon toga definišava homotetiju i sa neophodnim brojem primjera utvrditi da se prava prevodi u pravu, duž u proporcionalnu duž, a ugao u kongruentan ugao. To vrijedi i za realizaciju sličnosti. Oslanjajući se na predznanje iz oblasti sličnosti treba dokazati pravila sličnosti trouglova, što uz osobine sličnih figura čini solidnu osnovu za primjenu u izradi raznovrsnih zadataka. Posebnu pažnju posvetiti Pitagorinoj teoremi i konstrukciji geometrijske sredine dvije duži. Osobine simetrala uglova trougla kao i potenciju tačke u odnosu na kružnicu detaljno obraditi. Tokom realizacije ove nastavne cjeline stvarati što povoljnije uslove za primjenu stečenih znanja u izradi konstruktivnih zadataka kojima treba posvetiti dužnu pažnju.

Poglavlje o stepenima obraditi detaljno i postupno, uz dovoljan broj odabranih primjera za uvježbavanje pravila stepenovanja. To isto vrijedi i za korjenovanje. Nakon ovladavanja operacijama stepenima sa racionalnim eksponentima uraditi nekoliko složenih zadataka iz ove oblasti.

Skup kompleksnih brojeva  $C$  formirati uz kraće ponavljanje principa permanencije i formiranja skupa  $R$  realnih brojeva. Uvježbavanje operacija s kompleksnim brojevima ide relativno lako. Potrebno je dati kompletnu geometrijsku interpretaciju sabiranja i oduzimanja kompleksnih brojeva u koordinatnoj ravni kao i modula kompleksnih brojeva.

Prilikom obrade kvadratne funkcije  $y = ax^2 + bx + c$  koristiti grafik funkcije  $y = ax^2$  i translaciju za vektor položaje tjemena parabole. Naravno, osobine kvadratne funkcije detaljno obraditi, naročito: znak, tok, ekstrem i nule. Pri izračunavanju nula uvesti pojam kvadratne jednačine. Rješavanju potpunih i nepotpunih kvadratnih jednačina treba posvetiti posebnu pažnju izradom raznovrsnih primjera. Učenici moraju ovladati tehnikom rješavanja

kvadratnih jednačina do nivoa automatizma sa ciljem da visok stepen primjenljivosti kvadratnih jednačina bude podržan brzim i tačnim rješavanjem dobijene jednačine. Kvadratne nejednačine rješavati uz neophodnu geometrijsku interpretaciju. Algebarsko rješavanje kvadratnih nejednačina ide relativno lako, jer je prije ovog obrađen predznak kvadratnog trinoma.

Prilikom obrade bikvadratnih jednačina birati zadatke sa konstantnim i promjenljivim koeficijentima.

Posebnu pažnju treba posvetiti eksponencijalnim funkcijama i uočavanju njihovih osobina. Naravno, to su neophodni uslovi za uspješno rješavanje eksponencijalnih jednačina i nejednačina.

Pri uvođenju logaritamske funkcije definirati inverznu funkciju i dati grafičku interpretaciju. Nakon toga biće lako uočiti osobinu logaritamske funkcije na osnovu funkcije  $y = a^x$ . Izračunavanju logaritama, pravilima logaritmiranja, logaritmiranju izraza i prelasku s jedne baze na drugu dati neophodnu kvalitativnu i kvantitativnu dimenziju. Praktičnoj primjeni logaritamskog računa posvetiti dužnu pažnju. Prilikom obrade logaritamskih jednačina i nejednačina uvažavati princip postupnosti i sistematičnosti. Nakon rješavanja jednačina  $\log_a f(x) = b$  preći na složenije zadatke, uz obavezu određivanja definicionog područja za svaku konkretnu jednačinu odnosno nejednačinu.

Obradu nastavnih sadržaja iz trigonometrije treba početi sa definicijom trigonometrijske funkcije oštih uglova na pravouglom trouglu. Izvedene osnovne trigonometrijske identitete koristiti i za izračunavanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija, ako je nepoznata vrijednost jedne od njih.

### III RAZRED

1. Nakon ponavljanja stečenih znanja o orijentisanom uglu i mjerenja uglova navesti opće definicije trigonometrijskih funkcija na kružnici. Posebnu pažnju treba posvetiti uočavanju osobina trigonometrijskih funkcija na kružnici, što će uz svođenje na prvi kvadrant stvoriti neophodne preduslove za lakše grafičko predstavljanje tih funkcija. Tokom grafičke obrade trigonometrijskih funkcija cjelovito objasniti fazni pomak i periodičnost funkcija, kao i ostale osobine. Funkcije  $y = a \sin (bx + c) + d$  i  $y = a \cos (bx + c) + d$  grafički prikazati pomoću određivanja amplitude, nula, periodičnosti i faznog pomaka funkcije kao i vertikalne translacije. Adicionim teoremama posvetiti dužnu pažnju izradom potrebnog broja zadataka i sa transformacijom trigonometrijskih izraza. Sinusnoj i kosinusnoj teoremi i njihovoj primjeni na rješavanje kosouglog trougla i drugih zadataka iz ove

oblasti, posvetiti dužnu pažnju. U dijelu izlaganja koji se odnosi na trigonometrijske jednačine i nejednačine se preporučuje potrebna mjera.

2. U okviru ove teme se zasniva pojam površine nekih ravnih figura, počevši od površine pravougaonika. Pojmovi površine i obima kruga, značajni sami za sebe, predstavljaju koristan uvod u granične procese, koji će biti razmatrani u narednom razredu. Ova razmatranja treba tako i shvatiti i dati im veći značaj nego računanjima vezanim za ove pojmove a koja su provedena već od osnovne škole.
3. Izlaganja u okviru ove teme započinju ponavljanjem odgovarajućeg gradiva iz I razreda (t.5) i nastavljaju zaokruženim izlaganjem o jednačini prave u ravni. Koliko god može biti korisno pamćenje gotovih formula, preporučuje se da se više insistira na shvatanju i pamćenju postupaka, kako bi se reducirao broj stvari koje opterećuju pamćenje.
4. Izlaganje iz prethodne tačke se nastavlja ovdje ispitivanjima krivih drugog reda. Iz geometrijske definicije tih krivih se izvode za sve njih, sem kružnice, samo centralni i osni oblici jednačine. Na njima se provode sva razmatranja međusovnih odnosa i odnosa s pravom, predviđena programom. pri tom i ovdje se preporučuje u prvom redu insistiranje na postupcima, umjesto na pamćenju određenih formula. Na kraju se predviđa da se translacijom (i rotacijom) koordinatnog sistema, centralne jednačine krivih drugog reda transformiraju u nešto općije kvadratne jednačine drugog reda. Iz takvih oblika jednačine u jednostavnijim slučajevima treba prepoznavati krivu drugog reda i njen položaj prema koordinatnom sistemu. Učenicima treba ponuditi informaciju o tome da se slično svaka kvadratna jednačina s dvije nepoznate odgovarajućom transformacijom koordinata može svesti na oblik iz kojeg se prepoznaje jedna od spomenutih krivih drugog reda (ili neki od degenerisanih slučajeva). Ova razmatranja se mogu u jednostavnijim situacijama iskoristiti za grafičko rješavanje jednačina odnosno nejednačina oblika  $F(x,y) = 0$  odnosno  $F(x,y) > 0$  ili  $F(x,y) < 0$ . Rješenje te jednačine odnosno nejednačine je skup tačaka na dotičnoj krivoj drugog reda, odnosno skup tačaka jedne od oblasti ravni na koje je ona podijeljena tom krivom. Iako je za to, ustvari, potrebno oslanjanje na neprekidnost funkcije  $F(x,y)$ , može se i bez eksplicitnog pominjanja te osobine, sugerirajući činjenica da ova funkcija unutar pomenute oblasti ne mijenja znak. naravno, ova se oblasti otkriva testiranjem bilo koje njene tačke, u kojoj se izračunava vrijednost

funkcije  $F(x,y)$ .

5. Ovom temom započinje izlaganje geometrije prostora. Nadovezujući se na početna izlaganja o geometriji ravni (I razred, t. 4), daju se prvo osnovni pojmovi (tačka, prava, ravan) u prostoru i njihovi međusobni odnosi. Zatim se uvodi (pravougli) koordinatni sistem u prostoru. Daje se izlaganje o vektorima u ravni (I razred, t.4), proširuje na vektore u prostoru, s tim što se ne ostaje kod osnovnih operacija, već se uvode operacije skalarnog, vektorskog i mješovitog proizvoda vektora. Osim toga, vektori i operacije s njima izražavaju se preko koordinata, uz neophodnu upotrebu determinanti trećeg reda. u vezi s osnovnim operacijama nad vektorima, pominje se pojam vektorskog prostora, pojam linearne zavisnosti vektora i pojam baze vektorskog prostora.
6. Analitička geometrija u prostoru se ograničava na izučavanje prave i ravni. Preporučuje se da se pri izlaganju što više koriste znanja o vektorima, te da se kod analitičkog ispitivanja određenih odnosa između tačaka, pravih i ravni, još jednom preciziraju ti odnosi, o kojima je inače bilo govora u t.4.
7. Osnovna izlaganja geometrije u prostoru započeta u t. 5, ovdje se nastavlja definisanjem nekih prostornih figura. Uvodi se pojam zapremine i računa prvo zapremina kvadra, uz puno oslanjanje na definiciju proizvoda realnih brojeva. Zatim se, polazeći od opće definicije zapremine, iznosi suština Kavalierijevog principa i sugerise njegovo prihvatanje. To je osjetljivo mjesto, jer se u razmatranje opet uvodi granični proces. Iz ovog principa se zaključuje kako se računa zapremina uspravne prizme, a zatim, razlaganjem prizme na (uspravne) piramide, i zapremina piramide, uključujući i zarubljenu piramidu. Na sličan način se dolazi i do zapremine valjka i kupe, a onda i lopte, te uopće tijela nastalih rotacijom poligona. površina poliedra ne predstavlja neki nov problem, a to važi za površinu valjka i kupe. Jedino je problem kod određivanja površine lopte i formula za nju bi se ovdje mogla dati bez izvođenja, s tim što bi se ona dokazala kasnije (u IV razredu, t.9). Sve ove sadržaje treba pretežno shvatiti kao utemeljenje pojmova površine i zapremine, te precizno izvođenje formula kojim se ove veličine izračunavaju. Računanjima vezanim za ove veličine posvećivano je dosta pažnje već od osnovne škole, pa taj aspekt ne bi trebalo prenasglasiti.

#### IV RAZRED

1. Mnogi dokazi u matematici se osnivaju na principu potpune matematičke indukcije, kojim se započinju izlaganja nastavnih sadržaja u IV razredu. Taj princip treba istaći i protumačiti kao jedno od osnovnih svojstava skupa  $N$  prirodnih brojeva, te na nekoliko važnih primjera ilustrovati kako se on koristi u dokazima tvrdnji koje se odnose na sve  $n \in N$ .
2. Nakon što je završeno izlaganje trigonometrije, kompleksnom broju se može dati i trigonometrijski oblik. Množenje, dijeljenje, stepenovanje i korjenovanje kompleksnih brojeva prikazanih u tom obliku se izvode po jednostavnim pravilima, dobijenim iz adicionih teorema uz upotrebu potpune matematičke indukcije. Tu je mjesto da se istakne mogućnost neograničenog korjenovanja u polju  $C$  kompleksnih brojeva.
3. Elementi kombinatorike koji se ovdje izlažu ne zahtijevaju velika objašnjenja. U okviru toga se dokazuje važni binomni obrazac. Taj obrazac, a i ostali rezultati, pored ostaloga, treba da posluže za ilustraciju narednim izlaganjima o vjerovatnoći.
4. Ovdje zapravo započinje izlaganje više matematike. Za ovu i naredne teme moglo bi se reći da je uvažavano opredjeljenje da se učenicima gimnazije iz ovog područja ponudi određena informacija, ali pri tome sačuva mjera koja isključuje ambiciju da se nastava ovih sadržaja iz prvih godina studija izmjesti u gimnaziju. Nakon što su u ranijim razmatranjima učenici bili djelimično izloženi iskustvu aksiomatskog mišljenja u geometriji, sada se upoznaju sa strožijim pristupom u matematičkoj analizi. Aksiom potpunosti skupa  $R$  koji bitno razlikuje  $R$  od  $Q$  ovdje se navodi u obliku: Svaki neprazni podskup skupa  $R$  ograničen odozgo ima najmanju gornju granicu. Eventualno se mogu dokazati i neke tvrdnje o međusobnom položaju racionalnih i iracionalnih brojeva i navesti aksiomatika skupa  $R$ .
5. Nakon razmatranja o aritmetičkoj i geometrijskoj progresiji koja su u osnovi dio školskog programa iz elementarne matematike, uvodi se pojam beskonačnog niza i važan pojam graničnog procesa. Kao granična vrijednost određenog niza se uvodi broj  $e$  pomenut u ranijim izlaganjima o logaritmima. zatim se uvodi pojam beskonačnog reda i njegove konvergencije. Određuje se suma geometrijskog reda, a vraćanjem na prikaze kojima su zapravo uvedeni realni brojevi (još u I

razredu), ovi prikazi (beskonačni decimalni razvoji) sada se prepoznaju kao beskonačni redovi. Uopće, mnoga razmatranja ovdje pružaju priliku i obavezu na vraćanje raznim osobinama skupa  $R$  realnih brojeva, čiji se puni smisao i uloga potpunije otkrivaju. Takva je i uloga dokaza Kantorovog stava o nizu umetnutih razmaka (koji je ustvari ekvivalentan aksiomu potpunosti odabranom u t.5). Neprebrojivost skupa  $R$  je intelektualno pravokativna činjenica koja se lako dokazuje Kantorovim postupkom dijagonalizacije bez upuštanja u tehnikalije prebrojivosti skupa  $Q$ .

6. Veliki dio sadržaja ove teme predstavlja ponavljanje osnovnih pojmova vezanih za funkcije. Pa i pregled elementarnih funkcija je u stvari pregled nekih do ovog momenta upoznatih funkcija, o kojima treba izvršiti sistematska ponavljanja. Nov je tu važan pojam granične vrijednosti funkcije i na njemu zasnovan, također vrlo važan, pojam neprekidnosti. Pojam asimptote krivih, spomenut na određen način u vezi sa hiperbolom, ovdje se s mjerom razmatra u općijoj situaciji.
7. Definicija izvoda (derivacije), koju treba precizno formuličati, motiviraju dvama problemima koji su historijski doveli do ovog temeljnog pojma (problem tangente i problem brzine). Osim upoznavanja pravila izvoda, izvoda složene i implicitne funkcije, pretpostavlja se određivanje izvoda elementarnih funkcija. Uvođenje izvoda višeg reda ne predstavlja poteškoće. Od primjena treba se ograničiti na tangente i normale jednostavnijih krivih, ispitivanje ekstrema toka jednostavnijih funkcija i crtanje njihovih grafika.
8. Integralni račun započinje sa neodređenim integralom za koji se utvrđuju osnovna pravila i navodi tablica nekih neodređenih integrala, te obrađuju dvije osnovne metode integracije. Radi integrisanja racionalnih funkcija, obrađuje se razlaganje racionalnih koeficijenata kojim se to razlaganje ostvaruje, bez ulaženja u to zašto je takvo razlaganje moguće. Tek kad se ima neka tehnika integrisanja, uvodi se pojam određenog integrala, utvrđuju njegove osnovne osobine, otkriva fundamentalna veza tog integrala sa neodređenim integralom iskazana Njutn-Lajbnicovom formulom kao osnovnom formulom integralnog i diferencijalnog računa.  
Primjena određenog integrala treba da se ograniči na jednostavnije slučajeve izračunavanja površine ravnih figura, te dužine luka (na osnovu obrasca datog eventualno bez izvođenja) jednostavnijih krivih, odnosno zapremine i površine jednostavnijih rotacionih tijela. Pri tome je neke od ovih rezultata uputno uporediti sa onim dobijenim ranije na

drugačiji način, kako bi se poduprla vjera u pouzdanost metoda integralnog računa. Ne pretjerivati i imati na umu da će oni kojima će zatrebati nešto više informacija iz ovog područja, biti u prilici da ih dobiju na potpuniji i sistematičan način u toku studija za koji se opredijele.

### **PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA**

Nastavu matematike mogu izvoditi nastavnici koji su završili:

- Prirodno-matematički fakultet (nastavnički smjer), grupa Matematika ili grupa gdje je matematika glavni ili ravnopravni predmet u dvopredmetnoj grupi, ako je to naznačeno u diplomi ili drugoj javnoj ispravi.
- Filozofski fakultet, grupa Matematika ili grupa Matematika-Fizika ili grupa Matematika u dvopredmetnoj grupi, ako je to naznačeno u diplomi ili u drugoj javnoj ispravi.