GeoGebra Pomoć Standardni priručnik 3.0

Markus Hohenwarter i Judith Preiner www.geogebra.org, Juni 2007

GeoGebra Pomoć 3.0

Posljednja promjena: 1. August, 2007 GeoGebra Web-stranica: www.geogebra.org

Autori

Markus Hohenwarter, mhohen@math.fau.edu Judith Preiner, jpreiner@math.fau.edu Maja Hrbat ;prevod na bosanski jezik

GeoGebra Pomoć

- On-line: GeoGebra Pomoć
- **PDF**: Prtisnite Ctrl + Shift + F u Adobe Acrobat Reader

Sadržaj

| GeoGebra Pomoć 3.0 | | |
|--|-----------|--|
| GeoGebra Pomoć | | |
| Sadržaj | 3 | |
| 1. Šta je GeoGebra? | 6 | |
| 2 Primieri | 7 | |
| | 7 | |
| 2.1. I rougao i ugiovi | / 7 | |
| 2.3. Težište tri tačke A. B i C | 8 | |
| 2.4. Podjela duži AB u odnosu 7 : 3 | 8 | |
| 2.5. Sistem dvije linearne jednačine s dvije nepoznate | 8 | |
| 2.6. Tangenta na funkciju po x | 9 | |
| 2.7. Ispitivanje funkcija | 9 | |
| 2.8. Integrall | 10 | |
| 3. Geometrijski unos | 11 | |
| 3.1. Opće napomene | 11 | |
| 3.1.1. Kontekstualni izbornik | 11 | |
| 3.1.2. Pokaži i sakrij | 11 | |
| 3.1.3. Irag | 11 | |
| 3.1.4. Zumiranje | 12 12 | |
| 3.1.6 Onis konstrukcije | 12 | |
| 3 1 7 Navigacijska traka | 12 | |
| 3.1.8. Redefinisanie | 12 | |
| 3.1.9. Dijaloški prozor osobina | 13 | |
| 3.2. Načini rada | 13 | |
| 3.2.1. Opći načini rada | 13 | |
| 3.2.2. Tačka | 15 | |
| 3.2.3. Vektor | 15 | |
| 3.2.4. DUZ | . 10 | |
| 3.2.6 Mnogougao | 10 | |
| 3.2.7. Prava | 16 | |
| 3.2.8. Konike-Konusni presjeci | 17 | |
| 3.2.9. Luk i Isječak | 18 | |
| 3.2.10. Brojevi i uglovi | 18 | |
| 3.2.11. Boolean-Logički tip | 20 | |
| 3.2.12. Lokus | 20 | |
| 3.2.13. Geometrijske transformacije | 20 | |
| 3.2.14. TEKSI | Z I 22 | |
| 3 2 16 Osobine slika | 22 | |
| 4 Algebarski unos | 24 | |
| | 24 | |
| 4.1. Upce napomene | 24 | |

| 4.1.1. | Promjena vrijednosti | 24 |
|-------------|---|----|
| 4.1.2. | | 24 |
| 4.2. Dire | ektan unos | 25 |
| 4.2.1. | | 25 |
| 4.2.2. | | 25 |
| 4.2.3. | Prava | 26 |
| 4.2.4. | Konike | 26 |
| 4.2.5. | Funkcija po x | 26 |
| 4.2.6. | Lista figura | 27 |
| 4.2.7. | Aritmetičke operacije | 27 |
| 4.2.8. | Boolean-ove promjenjive | 28 |
| 4.2.9. | Boolean-ovi operatori | 28 |
| 4.3. Nar | edbe | 29 |
| 4.3.1. | Opće naredbe | 29 |
| 4.3.2. | Boolean-ove naredbe | 29 |
| 4.3.3. | Broj | 30 |
| 4.3.4. | Ugao | 32 |
| 4.3.5. | Tačka | 32 |
| 4.3.6. | Vektor | 33 |
| 4.3.7. | Duž | 34 |
| 4.3.8. | Poluprava | 34 |
| 4.3.9. | Mnogougao | 34 |
| 4.3.10. | Prava | 34 |
| 4.3.11. | Konike | 35 |
| 4.3.12. | Funkcija | 36 |
| 4.3.13. | Parametarske krive | 37 |
| 4.3.14. | Luk i isiečak | 37 |
| 4.3.15. | Slika | 38 |
| 4.3.16. | Tekst | 38 |
| 4 3 17 | lokus | 38 |
| 4 3 18 | Niz | 38 |
| 4 3 19 | Geometrijske transformacije | 39 |
| × | | |
| Stampanje i | Prenos | 41 |
| Štampanje | 2 | 41 |
| Radna | oovrš | 41 |
| Opis ko | nstrukcije | 41 |
| Radna pov | vrš kao slika | 41 |
| Radna pov | vrš u međuspremnik | 42 |
| Opis kons | trukcija kao Web-stranica | 42 |
| Dinamični | crtež kao Web-stranica | 43 |
| | | |
| Opcije | | 44 |
| Vezivanie | tačke za mrežu | 44 |
| Ugaona m | iera | 44 |
| Decimalna | a miesta | 44 |
| Kontinuite | t | 44 |
| Ohlik tački | e | 44 |
| Oznaka nr | avod ndja | 44 |
| Koordinata | מיטט עטע געונע גענע גענע גענע גענע גענע גענע גע | 45 |
| Označava | nie | 45 |
| Veličina fo | inta | 45 |
| | | 10 |

| Jezik Radna površ Sačuvaj postavke | 45 45 45 |
|--|----------------|
| Alati i Alatna traka | 46 |
| Definisanje korisničkih alata Prilagođavanje izgleda alatne trake | 46 46 |
| JavaScript sučelje | . 47 |
| Indeks | . 48 |

1. Šta je GeoGebra?

GeoGebra je dinamički matematički softver koji povezuje geometriju, algebru i analizu. Razvio ga je Markus Hohenwarter na Florida Atlantic Univerzitetu za učenje i podučavanje matematike u školi.

U prvom slučaju, GeoGebra je dinamički geometrijski sistem. Možemo izvoditi konstrukcije s tačkama, vektorima, dužima, pravim, konika, kao i crtati grafike funkcija, a zatim ih dinamički mijenjati.

U drugom slučaju, jednačine i koordinate možemo unositi direktno. Na taj način, program GeoGebra u mogućnosti je baratati s promjenjivim za brojeve, vektore i tačke,tražiti izvode i integrale funkcija ,kao i ponuditi naredbe kao što su Nula ili Ekstrem funkcije.

Ova dva gledišta su osnovna karakteristika programa GeoGebra: izrazima u algebrskom prozoru odgovaraju figure u geometrijskom prozoru i obratno.

2. Primjeri

Pogledajmo neke primjere da bi stekli dojam o mogućnostima programa GeoGebra.

2.1. Trougao i uglovi

Izaberimo način •^A *Nova tačka* u alatnoj traci. Kliknimo tri puta na radnu površ da bi kreirali tri tjemena trougla *A*, *B* i *C*.

Sada, izaberimo način *Mnogougao* i kliknimo na tačke *A*, *B* i *C*,redom. Da zatvorimo trougao *mnog1* kliknimo ponovo na početnu tačku *A*. U algebarskom prozoru bit će prikazana površina trougla P.

Da bi označili sve uglove trougla P, izaberimo način \land Ugao u alatnoj traci i kliknimo na trougao.

Sada, izaberimo način Romjeranje i pomjerajmo tjemena da bi dinamički mijenjali trougao. Ako ne trebamo algebarski prozor ili koordinatne ose,možemo ih skriti koristeći izbornik *Prikaz*.

2.2. Linearna jednačina y = m x + b

Ispitat ćemo sada ulogu koeficijenata m i b u linearnoj jednačini y = mx + b pridružujući im različite vrijednosti.Da bi ovo uradili možemo unijeti sljedeće retke u polje za unos na dnu ekrana.Pritisnimo tipku *Enter* na kraju svakog retka.

m = 1 b = 2

y = m x + b la mažama mijaniati vrija

Sada, možemo mijenjati vrijednosti *m* i *b* koristeći polje za unos ili direktno u algebarskom prozoru.U tu svrhu klinimo desnim klikom miša (MacOS: *Apple* + klik) na jedan od brojeva i izberimo opciju \mathbb{P} *Redefinisanje*. Probajmo ovo za sljedeće vrijednosti *m* i *b*.

m = 2 m = -3 b = 0b = -1

Također, vrlo lako možemo mijenjati vrijednosti m i b koristeći

- strelice (vidi Animacija)
- klizače: desni klik (MacOS: Apple + klik) na m ili b i izaberemo [©] Pokaži / sakrij figuru (vidi način ^{a=2} Klizač)

Na sličan način možemo istraživati jednačine konika kao što su:

- elipsa: $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$
- hiperbola: b^2 x^2 a^2 y^2 = a^2 b^2 ili
- kružnica: $(x m)^2 + (y n)^2 = r^2$

2.3. Težište tri tačke A, B i C

Sada možemo konstruisati težište tri tačke unoseći sljedeće retke u polje za unos i pritisnimo tipku *Enter* na kraju svakog retka. Naravno, možemo upotrijebiti miš za ovu konstrukciju koristeći odgovarajuće načine (vidi Načini rada) u alatnoj traci.

```
A = (-2, 1)
B = (5, 0)
C = (0, 5)
M_a = Središte[B, C]
M_b = Središte[A, C]
s_a = Prava[A, M_a]
s_b = Prava[B, M_b]
S = Presjek[s a, s b]
```

Alternativno "možemo težište direktno izračunati kao S1 = (A + B + C) / 3 i uporediti oba rezultata koristeći naredbu Relacija[S, S1].

Kasnije "možemo istraživati da li je izraz s = s1 istinit za različite položaje tačaka *A*, *B* i *C*. Da bi ovo uradili izaberimo način \triangleright *Pomjeranje* u alatnoj traci i pomoću miša pomjerajmo jednu od ovih tačaka.

2.4. Podjela duži AB u odnosu 7 : 3

Kako program GeoGebra omogućava kalkulacije s vektorima, ovaj problem je lako rješiv. Unesimo sljedeće retke u polje za unos i pritisnimo tipku *Enter* nakon svakog retka.

```
A = (-2, 1)

B = (3, 3)

s = Duž[A, B]

T = A + 7/10 (B - A)

Drugi način da podijelimo duž bi bio:

A = (-2, 1)

B = (3, 3)

s = Duž[A, B]

v = Vektor[A, B]
```

```
T = A + 7/10 v
```

U sljedećem koraku mogli bi uvesti neki broj *t*, npr.koristeći $\xrightarrow{*} Klizač$ i redefinisati tačku *T* kao T = A + t v (vidi Redefinisanje). Mijenjajući vrijednost *t* možemo vidjeti promjenu položaja tačke *T* duž prave,koja može biti zadata i u parametarskom obliku (vidi Prava): g: X = T + s v

2.5. Sistem dvije linearne jednačine s dvije nepoznate

Dvije linearne jednačine s nepoznatim x i y mogu se interpretirati kao dvije prave. Algebarsko rješenje ovog sistema su koordinate presječne tačke odgovarajućih pravih. Unesimo sljedeće retke u polje za unos i pritisnimo tipku *Enter* nakon svakog retka.

g: 3x + 4y = 12 h: y = 2x - 8 S = Presjek[g, h] Da promjenimo jednačine kliknimo desnim klikom miša (MacOS: *Apple* + klik) na jednu od njih i izabramo opciju **Pedefinisanje**. Također, upotrebom miša možemo pomjerati prave u načinu *Pomjeranje* ili rotirati ih oko tačke u načinu *Rotacija oko tačke*.

2.6. Tangenta na funkciju po x

Program GeoGebra sadrži i naredbu za konstrukciju tangente na graf funkcije f(x) za x=a. Unesimo sljedeće retke u polje za unos i pritisnimo tipku *Enter* nakon svakog retka.

```
a = 3
f(x) = 2 sin(x)
t = Tangenta[a, f]
```

Animirajući vrijednost broja a (vidi Animacija) tangenta će kliziti duž grafa funkcije f.

Drugi način za konstrukciju tangente na graf funkcije f u u nekoj tački T je sljedeći:

```
a = 3
f(x) = 2 sin(x)
T = (a, f(a))
t: X = T + s (1, f'(a))
```

Na ovaj način dobili smo tačku T na grafu funkcije f. U ovom slučaju jednačina tangente t data je u parametarskom obliku.

U svakom slučaju, možemo i geometrijski konstruisati tangentu funkcije:

- Izaberimo način
 [^] Nova tačka i kliknimo na graf funkcije f da dobijemo novu tačku A koja leži na grafu funkcije f.
- Izaberimo način \checkmark Tangenta i kliknimo na graf funkcije f i na tačku A, redom.

Sada, izaberimo način ^k *Pomjeranje* i pomjerajmo pomoću miša tačku *A* duž grafa funkcije *f*. Tangenta će se dinamički mijenjati.

2.7. Ispitivanje funkcija

Pomoću programa GeoGebra možemo ispitivati nule, lokalne ekstreme ,kao i tačke prevoja /infleksije/ polinoma. Unesimo sljedeće retke u polje za unos i pritisnimo tipku *Enter* nakon svakog retka.

```
f(x) = x^3 - 3 x^2 + 1

R = Nula[f]

E = Ekstrem [f]

I = TačkaPrevoja[f]
```

Sada, u načinu Romjeranje možemo pomoću miša pomjerati graf funkcije f. U ovom kontekstu, interesantni su prvi i drugi izvod funkcije f. Da bi smo ih dobili unesimo sljedeće naredbe u polje za unos i pritisnimo tipku *Enter* nakon svakog retka.

```
Izvod[f]
Izvod[f, 2]
```

2.8. Integrali

Da bi se upoznali sa značenjem integrala program GeoGebra nudi mogućnost vizualizacije donje i gornje sume funkcije pomoću pravougaonika. Da bi smo ih dobili unesimo sljedeće naredbe u polje za unos i pritisnimo tipku *Enter* nakon svakog retka.

```
f(x) = x^2/4 + 2
a = 0
b = 2
n = 5
L = DonjaSuma[f, a, b, n]
U = GornjaSuma[f, a, b, n]
```

Promjenom vrijednosti parametara *a*, *b*, ili *n* (vidi Animacija; vidi način $\stackrel{\text{a=2}}{\longrightarrow}$ *Klizač*) možemo vidjeti kako ovi parametri utiču na donju i gornju sumu. Kao korak od n potrebno je izabrati 1.U tu svrhu,kliknimo desnim klikom miša na n (MacOS: Apple + klik) i izaberimo opciju Osobine.

Da bi definisali određeni integral možemo koristiti naredbu Integral[f, a, b], dok antiderivaciju *F* definišemo kao F = Integral[f].

3. Geometrijski unos

U ovom odjeljku objasnit ćemo kako koristimo miš da kreiramo ili modificiramo figure u programu GeoGebra.

3.1. Opće napomene

U geometrijskom prozoru(desno)možemo kreirati tačke,vektore, duži, mnogouglove, grafike funkcija,prave i konike.Uvijek kada prelazimo mišem preko neke figure pojavit će se opis figure i figura će biti istaknuta.

Napomena: Ponekad, geometrijski prozor nazivamo i radna površ.

Postoji nekoliko načina da kažemo programu GeoGebra kako da reaguje na unose pomoću miša u geometrijski prozor (vidi Načini rada). Na primjer, klikom na radnu površ možemo da kreiramo novu tačku (vidi način •^ Nova tačka), presjeke figura (vidi način × Presjek dvije figure), ili kružnicu (vidi način ☉ Kružnica).

<u>Napomena</u>: Dvostrukim klikom na oznaku figure u algebarskom prozoru otvara se polje za uređivanje.

3.1.1. Kontekstualni izbornik

Kliknemo li desnim klikom miša na figuru otvorit će se kontekstualni izbornik gdje možemo odabrati algebarsku notaciju (polarne ili Descartes-ove koordinate, implicitni ili eksplicitni oblik jednačine, ...).Ovdje ,također, možemo pronaći komande kao *Preimeovanje*, *Redefinisanje* ili *Redefinisanje* .

Izborom opcije *Osobine* u kontekstualnom izborniku otvorit će se dijaloški prozor u kojem je moguće mijenjati boju, veličinu, debljinu ili izgled linije, kao i ispunu figure.

3.1.2. Pokaži i sakrij

Geometrijske figure mogu biti vidljive (pokaži) ili nevidljive (sakrij).Koristimo ^o *Pokaži / sakrij figuru* ili Kontekstualni izbornik da promijenimo vidljivost figure. Lijeva ikona, u algebarskom prozoru, kod oznake svake figure govori nam o trenutnoj vidljivosti figure (^o "pokaži" ili ^a "sakrij").

<u>Napomena</u>: Također, možemo koristiti način [©]⁸ Okvir za izbor pokaži i sakrij figureokvir u nizu da pokažemo/sakrijemo jednu ili više figura.

3.1.3. Trag

Geometrijske figure mogu ostaviti trag na ekranu kada se pomjeraju. Koristimo Kontekstualni izbornik da uključimo ili isključimo trag figure.

Napomena: Naredba Osvježi u izborniku Prikaz briše sve tragove.

3.1.4. Zumiranje

Ako kliknemo desnim klikom miša (MacOS: *Apple* + klik) na radnu površ prikazat će se kontekstualni izbornik koji omogućava uvećanje (vidi način ^Q, <u>Uvećanje</u>) ili umanjenje (vidi način ^Q, <u>Umanjenje</u>) crteža.

<u>Napomena</u>: Držimo prtisnut desni klik miša (MacOS: *Apple* + klik) i pomjerajmo miš da označimo pravougaoni dio crteža koji želimo da zumiramo.

3.1.5. Omjer koordinatnih osa

Kliknimo desnim klikom miša (MacOS: *Apple* + klik) na radnu površ i izaberimo *Osobine* da dobijemo kontekstualni izbornik gdje možemo

- promijeniti omjer x-ose i y-ose
- sakriti / pokazati koordinatne ose pojedinačno
- promjeniti izgled osa (npr. oznake na osi, boju, vrstu linije)

3.1.6. Opis konstrukcije

Interaktivni opis konstrukcije (izbornik *Prikaz, Opis konstrukcije*) je tabela koja prikazuje sve korake konstrukcije. Pomoću navigacijskih tipki na dnu prozora opisa konstrukcije možemo vraćati konstrukciju korak po korak. Čak je moguće ubaciti i nove korake konstrukcije i promjeniti njihov redoslijed. S više detalja možemo se upoznati u opis konstrukcije-pomoć izborniku.

<u>Napomena</u>: Kolona *Kontrolna tačka* u izborniku *Prikaz* omogućava da za grupu figura definišemo izvjesne korake konstrukcije kao niz kontrolnih tačaka. Kada prolazimo kroz konstrukcijske korake pomoću navigacijskih tipki ova grupa figura prikazuje se istovremeno.

3.1.7. Navigacijska traka

U programu GeoGebra postoji navigacijska traka koja omogućava da prođemo korak po korak kroz konstrukcijske korake već konstruisane figure. Odaberimo *Navigacijsku traku za korake konstrukcije* u izborniku *Prikaz* da bi je prikazali na dnu geometrijskog prozora.

3.1.8. Redefinisanje

Bilo koja figura može biti redefinisana korištenjem Kontekstulnog izbornika. Ovo je vrlo značajno za naknadne izmjene konstrukcija.Također,možemo otvoriti polje *Redefinisanje* u načinu *Pomjeranje* i dvostrukim klikom miša na zavisnu figuru u algebarskom prozoru.

Primjeri:

Želimo li da slobodna tačka A pripada pravoj *h*, izaberimo *Redefinisanje* za tačku A i unesimo Tačka[h] u polje za unos u prikazanom dijaloškom prozoru.Ukoliko želimo da tačka A više ne pripada pravoj, već da bude slobodna, redefinirajmo je s nekim koordinatama.

Drugi primjer je pretvaranje prave h određene s dvije tačke A i B u duž. Izaberimo *Redefinisanje* i unesimo Duž [A, B] u polje za unos u prikazanom dijaloškom prozoru. Ovo,također,koristimo i kod drugih zaokruživanja.

Redefinisanje figura je vrlo koristan alat za naknadnu promjenu konstrukcije. Na ovaj način moguće je mijenjati redoslijed koraka konstrukcije u Opisu konstrukcije.

3.1.9. Dijaloški prozor osobina

Dijaloški prozor osobina omogućava nam da mijenjamo osobine figura (npr.,boju, vrstu linije,...).Ovaj prozor možemo otvoriti desnim klikom miša(MacOS: *Apple* + klik) na figuru i izborom opcije *Osobine*,ili izborom opcije *Osobine* u izborniku *Uređivanje*.

U dijaloškom prozoru osobina figure su organizovane prema tipu (npr., tačke, prave, kružnice) čime je omogućeno lakše rukovanje s velikim brojem figura.Možemo mijenjati osobine označenih figura unutar tabele na desnoj strani. Kliknimo *Primjeni* kada smo promjenili osobine figura.

3.2. Načini rada

Sljedeće opisane načine rada moguće je aktivirati pomoću ikona u alatnoj traci ili pomoću *Geometrijskog izbornika*. Klikom na male strelice u donjem desnom uglu ikone u alatnoj traci otvaraju se izbornici za izbor dodatnih načina rada. <u>Napomena</u>: U svim konstrukcijskim načinima možemo jednostavno kreirati nove tačke klikom na radnu površ.

Označavanje figure

Da bi označili neku figuru jednostavno kliknimo mišem na nju.

Brzo preimenovanje figura

Da brzo preimenujemo označenu ili novoizgrađenu figuru počnimo tipkati na tastaturi da otvorimo dijaloški okvir *Preimenovanje* za ovu figuru.

3.2.1. Opći načini rada

🕅 Pomjeranje

U ovom načinu moguće je povlačenje i ispuštanje nezavisnih geometrijskih figura uz pomoć miša. Odaberimo li figuru klikom na nju u načinu *Pomjeranje*, možemo je

- brisati,pritiskom na tipku Del
- pomjerati koristeći strelice (vidi Animacija)

Napomena: Pritiskom na tipku Esc aktiviramo način Pomjeranje ,također.

Držimo tipku Ctrl da označimo nekoliko figura u isto vrijeme.

Da označimo više figura, na drugi način, držimo pritisnut lijevi klik miša i pomjeramo miš da označimo pravougaoni dio crteža gdje se figure nalaze. Sada možemo, uz pomoć miša. označene figure pomjerati kao jednu.

Označeni pravougaoni dio crteža možemo,također,koristiti da specificiramo dio radne površi za štampanje,prenos slika,kao i za dinamične crteže (vidi <u>Štampanje</u> i <u>Prenos</u>).

Rotacija oko tačke

Najprije označimo (kreirajmo) tačku. Potom možemo rotirati nezavisne figure oko ove tačke kao centra rotacije povlačeći ih pomoću miša.

^{a = b} Relacija

Označimo dvije figure da dobijemo informaciju o njihovom međusobnom odnosu (vidi naredbu Relacija).

Pomjeranje radne površi

Pomjerajmo radnu površ da bi promjenili položaj koordinatnog početka.

<u>Napomena</u>: Također, možete pomjerati radnu površ istovremenim pritiskom tipke *Shift* (PC: također *Ctrl* tipke) i povlačenjem miša.

U ovom načinu,također,možemo pomoću miša povlačiti svaku od skala koordinatnih osa.

<u>Napomena</u>: Skaliranje koordinatnih osa je,također,moguće i u svakom drugom načinu ako držimo stisnutu *Shift* tipku (PC: također *Ctrl* tipku) dok povlačimo ose.

Uvećanje

Kliknimo na bilo koji dio radne površi da je uvećamo (vidi Zumiranje)

⊖ Umanjenje

Kliknimo na bilo koji dio radne površi da je umanjimo (vidi Zumiranje)

0

O Pokaži/ sakrij figuru

Kliknimo na figuru da je pokažemo ili sakrijemo.

Napomena: Sve figure koje će biti skrivene su istaknute.Promjene će postati aktivne čim odaberemo drugi način rada.

A A Pokaži / sakrij oznaku

Kliknimo na figuru da pokažemo ili sakrijemo njenu oznaku.

Prenos oblika

Ovim načinom možemo prenositi oblik figure (npr., boju, veličinu, vrstu linij) s jedne figure na nekoliko drugih. Da to učinimo,prvo kliknimo na figuru čije osobine želimo prenijeti, a potom na figure kojima ćemo dodijeliti te osobine.

Brisanje figure

Kliknimo na bilo koju figuru koju želimo da obrišemo.

3.2.2. Tačka



Klikom na radnu površ kreiramo novu tačku. <u>Napomena</u>: Koordinate tačke su fiksirane čim pustimo tipku miša.

Klikom na duž, pravu,koniku ili graf funkciji kreirat ćemo tačku koja pripada toj geometrijskoj figuri (vidi naredbu Tačka).Klikom na presjek dvije figure kreirat ćemo njihovu presječnu tačku (vidi naredbu Presjek).

Y Presjek dvije figure

Presječne tačke dvije figure moguće je kreirati na sljedeća dva načina .Ako:

- označimo obje figure: sve presječne tačke bit će kreirane (ako je moguće)
- klikom na presjek figura:samo jedna presječna tačka bit će kreirana

Za duži,poluprave ili kružne lukove moguće je specificirati ,ukoliko to želimo, *presjek u produžetku* (vidi Dijaloški prozor osobina). Ovo omogućava da dobijemo presječne tačke koje leže na produžetku figure. Na primjer, produžetak duži ili poluprave je prava.

•

Središte ili centar

Klikom na ...

- dvije tačke dobit ćemo njihovo središte.
- na duž dobit ćemo njeno središte.
- na koniku dobit ćemo njen centar.

3.2.3. Vektor

Vektor određen s dvije tačke

Označimo početnu i krajnju tačku vektora.

🗲 Vektor iz tačke

Označimo tačku A i vektor v da kreiramo tačku B = A + v i vektor od A do B.

3.2.4. Duž

Duž određena s dvije tačke

Označimo dvije tačke A i B da kreiramo duž AB. U algebarskom prozoru možemo vidjeti dužinu date duži.



Duž zadane dužine iz tačke

Nakon što kliknemo na tačku A, za koju želimo da bude početna tačka duži,pojavit će se prozor u koji unosimo željenu dužinu *a* duži.

Napomena:Ovim načinom kreirat ćemo duž dužine a i krajnju tačku B ove duži. Tačku B možemo rotirati u načinu ^k *Pomjeranje* oko početne tačke A.

3.2.5. Poluprava

Poluprava kroz dvije tačke

Označimo dvije tačke A i B da konstruišemo polupravu s početnom tačkom A kroz tačku B.U algebarskom prozoru možemo vidjeti jednačinu odgovarajuće prave.

3.2.6. Mnogougao

Mnogougao

Označimo najmanje tri tačke koje će biti tjemena mnogougla.Onda ponovo kliknimo na prvu tačku da zatvorimo mnogougao. U algebarskom prozoru možemo vidjeti površinu dobivenog mnogougla.

🏳 Pravilni mnogougao

Da bi smo kreirali pravilni mnogougao s n tjemena (uključujući tačke A i B) označimo dvije tačke A i B i u polje za unos prozora koji će se pojaviti unesimo broj n.

3.2.7. Prava

Prava određena s dvije tačke

Označimo dvije tačke *A* i *B* da kreiramo pravu kroz tačke *A* i *B*. Smjer prave je vektor (*B*-*A*).

Paralelna prava /paralela/

Označimo pravu g i tačku A da definišemo pravu kroz tačku A paralelnu s pravom g. Smjer paralelne prave je smjer prave g.

Normalna prava /normala/

Označimo pravu *g* i tačku *A* da definišemo pravu kroz tačku *A* normalnu na pravu *g*. Smjer normale ekvivalentan je smjeru vektora normalnog na pravu *g* (vidi naredbu Normalni Vektor).

X Simetrala duži

Označavanjem duži *s* ili dvije tačke *A* i *B*,dobit ćemo simetralu duži.Smjer prave ekvivalentan je smjeru vektora normalnog na duž *s* ,odnosno *AB* (vidi naredbu Normalni Vektor).

< Simetrala ugla

Simetrala ugla može biti definisana na sljedeća dva načina:

- Označimo tri tačke *A*, *B*, *C* da kreiramo simetralu ugla određenog s ove tri tačke pri čemu je tačka B tjeme ugla.
- Označimo dvije prave da kreiramo simetralu ugla određenog s ove dvije prave.

Napomena: Vektori smjera svih simetrala uglova imaju dužinu 1.

Tangente

Tangente konika moguće je kreirati na sljedeća dva načina:

- Označimo tačku *A* i koniku *c* da kreiramo sve tangente konike *c* koje prolaze kroz tačku *A*.
- Označimo pravu *g* i koniku *c* da kreiramo sve tangente konike *c* paralelne s pravom g.

Označimo tačku A i funkciju f da kreiramo sve tangente na funkciju f u tački x=x(A).

· ♀ Polara ili konjugovani prečnik

Ovim načinom kreiramo polaru ili konjugovani prečnik konike:

- Označimo tačku i koniku da kreiramo polaru.
- Označimo pravu ili vektor i koniku da kreiramo konjugovanu pravu koja sadrži konjugovani prečnik prave ili vektora.

3.2.8. Konike-Konusni presjeci

Kužnica određena centrom i tačkom

Označimo tačku *M* i tačku *P* da definišemo kružnicu s centrom u tački *M* kroz tačku *P*. Poluprečnik kružnice je udaljenost *MP*.

[/] Kružnica određena centrom i poluprečnikom

Označimo tačku *M* kao centar kružnice i unesimo u polje za unos prozora koji će se pojaviti željenu dužinu poluprečnika kružnice.

😯 Kružnica kroz tri tačke

Označimo tri tačke *A*, *B*, i *C* da definišemo kružnicu kroz ove tri tačke. Ako su tačke kolinearne, kružnica će se degenerisati u pravu.

🗘 Konika kroz 5 tačaka

Označavanjem pet tačaka kreiramo koniku koja prolazi kroz njih.

Napomena: Ako su bilo koje četiri od ovih pet tačaka nekolinearne, konika je (jednoznačno) definisana.

3.2.9. Luk i Isječak

Napomena: Algebarska vrijednost luka je njegova dužina, a algebarska vrijednost isječka je njegova površina.

Polukružnica određena s dvije tačke

Označimo dvije tačke A i B da kreiramo polukružnicu nad duži AB,kao prečnikom.

Kružni luk određen centrom i s dvije tačke

Označimo tri tačke *M*, *A*, i *B* da kreiramo kružni luk s centrom u tački *M*, početnom tačkom *A* i krajnjom tačkom *B*.

Napomena: Tačka B ne mora ležati na luku.

Kružni isječak određen centrom i s dvije tačke

Označimo tri tačke *M*, *A*, i *B* da kreiramo kružni isječak s centrom u tački *M*, početnom tačkom *A* i krajnjom tačkom *B*.

Napomena: Tačka B ne mora pripadati isječku.

🤇 Kružni luk određen s tri tačke

Označimo tri tačke da kreiramo kružni luk kroz te tri tačke.

Isječak opisanog kružnog luka određenog s tri tačke

Označimo tri tačke da kreiramo kružni isječak koji pripada kružnom luku kroz te tri tačke.

3.2.10. Brojevi i uglovi

cm 🗸

Udaljenost ili dužina

Kao rezultata daje udaljenost između dvije tačke, dvije prave ili tačke i prave. Također, kao rezultat daje i dužinu duži ili obim kružnice.

Površina

Kao rezultat daje površinu mnogougla,kruga ili elipse kao dinamički tekst u geometrijskom prozoru.

Nagib prave

Kao rezultat daje nagib prave kao dinamički tekst u geometrijskom prozoru.

^{∎=2} Klizač

<u>Napomena</u>: U programu GeoGebra klizač nije ništa drugo nego grafička reprezentacija nezavisnih brojeva ili uglova.

Kliknimo na bilo koje slobodno mjesto na radnoj površi da kreiramo klizač za brojeve ili uglove. U prozoru koji će se pojaviti možete specificirati ime,interval *[min, max]* za brojeve ili uglove ,kao i smjer i širinu klizača (u pikselima).

<u>Napomena</u>: Možemo uvijek jednostavno kreirati klizač za bilo koje postojeće nezavisne brojeve ili uglove, izborom pokaži figuru (vidi Kontekstualni izbornik; vidi način [®] Pokaži / sakrij figuru).

Pozicija klizača može biti apsolutna na ekranu ili relativna u koordinatnom sistemu (vidi Osobine korespondentnih brojeva ili uglova).



Ovim načinom kreiramo ...

- ugao određen s tri tačke
- ugao između dvije duži
- ugao između dvije prave
- ugao između dva vektora
- sve unutrašnje uglove mnogougla

Svi ovako kreirani uglovi su u intervalu između 0 i 180° stepeni. Ako želimo da omogućimo nadopunu do punog ugla u *Dijaloškom prozoru osobina* odaberimo *nadopuna do punog ugla*.

🗳 Ugao zadane veličine

Označimo dvije tačke A i B i u polje za unos prozora koji će se pojaviti unesimo željenu veličinu ugla. Ovim načinom kreirat ćemo tačku C i ugao α , gdje je α ugao ABC.

3.2.11. Boolean-Logički tip

^I Okvir za izbor pokaži ili sakrij figuru

Kliknimo na radnu površ da kreiramo dijaloški okvir (Boolean-ovu(logičku) promenjivu) da pokažemo ili sakrijemo jednu ili nekoliko figura.U prozoru koji će se pojaviti možemo specificirati koje figure želimo označiti u ovom okviru.

3.2.12. Lokus

K Lokus

Označimo tačku *B* koja zavisi od tačke *A* i čiji lokus želimo kreirati. Zatim, kliknimo na tačku *A*.

Napomena: Tačka B je tačka na nekoj figuri (npr. pravoj, duži, kružnici).

Primjer:

- Unesimo $f(x) = x^2 2 x 1 u$ polje za unos.
- Kreirajmo novu tačku A na x-osi (vidi način Nova tačka; vidi naredbu Tačka).
- Kreirajmo tačku B = (x(A), f'(x(A))) koja zavisi od tačke A.
- Izaberimo način X Lokus i sukcesivno kliknimo na tačku B i tačku A.
- Povlačimo tačku *A* duž *x*-ose da vidimo kretanje tačke *B* duž lokus linije.

3.2.13. Geometrijske transformacije

Sljedeće geometrijske transformacije mogu se primjeniti na tačke, prave, konike, mnogouglove i slike.

• Centralna simetrija

Označimo figuru koju želimo da centralno simetrično preslikamo.Zatim označimo tačku- centar simetrije.

Osna simetrija

Označimo figuru koju želimo da osno simetrično preslikamo. Zatim označimo pravu - osu simetrije.

Å.

Rotacija figure oko tačke za dati ugao

Prvo označimo figuru koju želimo da rotiramo.Zatim označimo tačku-centar rotacije.Nakon toga,pojavit će se dijaloški prozor u kojem specificiramo ugao rotacije.

Translacija figure za vektor

Prvo označimo figuru koju želimo translatirati.Zatim,kliknimo na vektor translacije.

Prvo, označimo figuru koju želimo preslikati homotetijom. Zatim, označimo tačkucentar homotetije. Nakon toga,pojavit će se prozor za unos koeficijenta homotetije.

3.2.14. Tekst

ABC Tekst

U ovom načinu možemo kreirati tekst ili LaTeX formule unutar geometrijskog prozora.

- Klikom na radnu površ kreiramo novi tekst na ovoj lokaciji.
- Klikom na tačku kreiramo novi tekst čija je pozicija relativna u odnosu na tačku.

Nakon toga, pojaviće se prozor u koji možemo unositi tekst. <u>Napomena</u>:U tekst možemo unositi i vrijednosti figura i tako kreirati dinamički tekst.

| Unos | Opis |
|-------------------|---------------------------------------|
| "Ovo je tekst" | jednostavan tekst (statičan) |
| "Tačka A = " + A | dinamičan tekst s vrijednošću tačke A |
| "a = " + a + "cm" | dinamičan tekst s vrijednošću duži a |

Položaj teksta može biti apsolutan na ekranu ili relativan u koordinatnom sistemu (vidi Dijaloški prozor osobina teksta).

LaTeX Formule

U programu GeoGebra možemo,također, pisati i formule. Da bi to uradili potrebno je označiti okvir *LaTeX formula* u prozoru koji će se pojaviti u načinu rada ^{ABC} Tekst i upisati formulu u sintaksi programa LaTeX. Ovdje su objašnjene neke od važnijih naredbi programa LaTeX.Za više informacija,pogledajte bilo koju LaTeX dokumentaciju.

| LaTeX unos | Rezultat |
|------------------------|----------------------------|
| a \cdot b | $a \cdot b$ |
| \frac{a}{b} | $\frac{a}{b}$ |
| \sqrt{x} | \sqrt{x} |
| \sqrt[n]{x} | $\sqrt[n]{x}$ |
| \vec{v} | \vec{v} |
| \overprava{AB} | \overline{AB} |
| x^{2} | x^2 |
| a_{1} | a_1 |
| \sin\alpha + \cos\beta | $\sin \alpha + \cos \beta$ |
| \int_{a}^{b} x dx | $\int_{a}^{b} x dx$ |
| \sum_{i=1}^{n} i^2 | $\sum_{i=1}^{n} i^2$ |

3.2.15. Slike



U ovom načinu moguće je ubacivati slike unutar konstrukcije.

- Klikom na prazno mjesto na radnoj površi postavlja se donji lijevi ugao slike.
- Klikom na postojeću tačku ona se specificira kao donji lijevi ugao slike.

Nakon toga, pojavljuje se prozor za otvaranje datoteke, u kojoj ćemo izabrati sliku koja ćemo ubaciti.

3.2.16. Osobine slika

Pozicija

Položaj slike može biti apsolutan na ekranu ili relativan u odnosu na koordinatni sistem (vidi Dijaloški prozor osobina slike). To se postiže određivanjem tri tačke koje se pridružuju uglovima slike. Time se slika može veoma fleksibilno povećavati, smanjivati, rotirati, pa čak i deformisati.

- 1. ugao: položaj donjeg lijevog ugla slike.
- 2.ugao: položaj donjeg desnog ugla slike.
 <u>Napomena</u>:Ovaj ugao možemo postaviti samo nakon postavljanja prvog ugla. To određuje širinu slike.
- 4. ugao: položaj gornjeg lijevog ugla slike.
 <u>Napomena</u>::Ovaj ugao možemo postaviti samo nakon postavljanja prvog ugla. To određuje visinu slike.

Napomena: Vidi naredbu Ugao

Primjer:

Da bi smo isprobali ove mogućnosti, kreirajmo tri slobodne tačke, A, B i C.

- Odredimo tačku A kao prvi i tačku B kao drugi ugao slike. Pomjeranjem tačaka A i B u načinu Reporteranje, lako je vidjeti njihov uticaj na sliku.
- Podesimo tačku A kao prvi i tačku C kao četvrti ugao i istražujmo kako pomjeranje tačaka utiče na sliku.
- Konačno, postavimo sva tri ugla i posmatrajmo kako pomjeranje tačaka omogućava deformaciju slike.

Vidjeli smo kako možemo uticati na položaj i veličinu slike. Ako želimo pridružiti sliku tački *A* i odrediti njenu širinu na 3 i visinu na 4 jedinične dužine, napravimo sljedeće:

- 1. ugao: A
- 2. ugao: A + (3,0)
- 4. ugao: A + (0,4)

<u>Napomena</u>:Ako pomjeramo tačku A u načinu \triangleright *Pomjeranje* slika neće mijenjati veličinu.

Pozadinska slika

Možemo podesiti sliku da bude *pozadinska slika* (vidi Dijaloški prozor osobina slike). Pozadinska slika nalazi se iza koordinatnih osa i ne može se izabrati pomoću miša. <u>Napomena:</u>Za promjenu osobina pozadinske slike potrebno je izabrati opciju *Osobine* u izborniku *Uređivanje*

Prozirnost

Slika se može učiniti prozirnom tako da se vide figure ili koordinatne ose koje leže iza nje. Možemo podesiti prozirnost slike određujući vrijednost *Ispune* od 0% do 100% (vidi Dijaloški prozor osobina slike).

4. Algebarski unos

U ovom odjeljku objasnit ćemo kako koristimo tastaturu da kreiramo ili modifikujemo figure u programu GeoGebra.

4.1. Opće napomene

Vrijednosti,koordinate i jednačine nezavisnih i zavisnih figura prikazane su u algebarskom prozoru (na lijevoj strani). Nezavisne figure ne zavise od drugih figura i mogu se direktno mijenjati.

Možemo kreirati ili mijenjati figure koristeći polje za unos na dnu ekrana programa Geogebra (vidi Direktan unos; Naredbe).

Napomena: Uvijek pritisnimo tipku Enter nakon unosa definicije figure u polje za unos.

4.1.1. Promjena vrijednosti

Nezavisne figure možemo mijenjati direktno, za razliku od zavisnih figura. Ako želimo da promjenimo vrijednost neke nezavisne figure, jednostavno je ponovo unesemo u polje za unos na dnu ekrana (vidi Direktan unos).

<u>Primjer</u>:Ako želimo da promjenimo vrijednost postojećeg broja a = 3, ukucajmo a = 5 u polje za unos i pritisnimo tipku *Enter*.

<u>Napomena</u>: Alternativno,ovo možemo uraditi i u algebarskom prozoru izborom polja *Redefinisanje* u Kontekstualnom izborniku.

4.1.2. Animacija

Ako želimo da kontinuirano mijenjamo vrijednost nekog broja ili ugla,izaberimo način Romjeranje,kliknimo na broj ili ugao i pritisnimo tipku + ili -.

Držimo li pritisnutu jednu od ovih tipki proizvest ćemo animacije. <u>Primjer</u>: Ako koordinate neke tačke zavise od broja *k* ,kao npr. P = (2 k, k), tačka će se pomjerati duž prave kada se vrijednost broja *k* neprekidno mijenja.

Pomoću strelica možemo pomjerati bilo koju nezavisnu figuru u načinu Romjeranje (vidi Animacija; vidi način Romjeranje). Napomena: Veličinu koraka možemo izabrati u Dijaloškom prozoru osobina figure.

Kratice:

- *Ctrl* + *strelica* daje korak širine 10 jedinica
- Alt + strelica daje korak širine 100 jedinica

<u>Napomena</u>: Moguće je pomjerati tačke duž bilo koje linije koristeći tipke + ili – (vidi Animacija).

4.2. Direktan unos

Program GeoGebra može rukovati brojevima, uglovima, tačkama, vektorima, dužima, pravim, konikama, funkcijama, i parametarskim krivim. Sada ćemo objasniti kako ove figure možemo zadati preko koordinata ili jednačina.

<u>Napomena</u>: Možemo koristiti indekse u nazivima figura, kao na primjer A_1 ili S_{AB} tako što ćemo ukucati A_1 ili s_{AB}.

4.2.1. Brojevi i uglovi

Brojeve i uglove unosimo s oznakom "." za decimalnu tačku.

<u>Primjer</u>: Da bi smo dobili decimalni broj *r* ukucajmo r = 5.32. <u>Napomena</u>: Također,možemo koristiti konstantu π i Euler-ovu konstanttu *e* za izraze i proračune ,tako što ćemo ih izabrati u padajućem izborniku koji se nalazi tik do polja za unos.

Uglove unosimo u *stepenima* (°) ili *radijanima* (rad). Konstanta π je korisna kod vrijednosti uglova u radijanima, a može,također,biti unesena i kao pi.

<u>Primjer</u>: Ugao α unosimo u stepenima ($\alpha = 60$) ili u radijanima ($\alpha = pi/3$).

<u>Napomena</u>: Program GeoGebra interno uvijek vrši proračune u radijanima. Simbol $^{\circ}$ označava konstantu $\pi/180$ i automatski preračunava stepene u radijane.

Klizači i tipke sa strelicama

Nezavisni brojevi ili uglovi mogu biti prikazani kao klizači u geometrijskom prozoru (vidi način $\stackrel{\text{\tiny a=2}}{\longrightarrow}$ Klizač). Pomoću tipki sa strelicama možemo mijenjati vrijednosti brojeva ili uglova u algebarskom prozoru,također (vidi Animacija).

Ograničavanje vrijednosti na intervalu

Nezavisni brojevi ili uglovi mogu biti ograničeni na intervalu [*min, max*] (vidi Dijaloški prozor osobina). Ovaj interval se koristi za prikaz na ^{***} Klizaču.

Za svaki zavisni ugao možemo specificirati da li želimo nadopunu do punog ugla ili ne (vidi Dijaloški prozor osobina).

4.2.2. Tačke i vektori

Tačke i vektore moguće je unositi kao *Descartes-ove* ili *polarne koordinate* (vidi Brojevi i uglovi).

Napomena: Velika slova označavaju tačke ,dok mala slova označavaju vektore.

Primjeri:

- Unesimo tačku P ili vektor v u Descartes-ovim koordinatama kao P = (1, 0)
 ili v = (0, 5).
- Ili u polarnim koordinatama kao $P = (1; 0^{\circ})$ ili $v = (5; 90^{\circ})$.

4.2.3. Prava

Pravu zadajemo kao linearnu jednačinu po *x* i *y* ili u parametarskom obliku. U oba slučaja potrebno je prethodno definisati promjenjive(npr. brojeve, tačke, vektore) koje ćemo upotrijebiti.

Napomena: Oznaka za pravu mora biti zadana na početku unosa i odvojena dvotačkom.

Primjeri:

- Ukucajmo g : 3x + 4y = 2 da zadamo pravu g kao linearnu jednačinu.
- Definišimo parametar t (t = 3) prije unosa prave g u parametarskom obliku g: X = (-5, 5) + t (4, -3).
- Prvo, definišimo parametre m = 2 i b = -1. Zatim, unesimo jednačinu g: y = m x + b da dobijemo pravu g u y-eksplicitnom obliku.

x-osa i y-osa

Obje koordinatne ose su dostupne u naredbama pozivom naziva *xosa* i *yosa* <u>Primjer</u>: Naredbom Normala[A, xosa] konstruisana je prava normalna na x-osu kroz datu tačku *A*.

4.2.4. Konike

Konike zadajemo kao kvadratne jednačine po *x* i *y*. Potrebno je prethodno definisati promjenjive(npr. brojeve, tačke, vektore) koje ćemo upotrijebiti. Oznaka za koniku mora biti zadana na početku unosa i odvojena dvotačkom.

Primjeri:

| • | Elipsa <i>eli</i> : | eli: 9 x^2 + 16 y^2 = 144 |
|---|------------------------|----------------------------------|
| • | Hiperbola <i>hip</i> : | hip: 9 $x^2 - 16 y^2 = 144$ |
| • | Parabola <i>par</i> : | par: $y^2 = 4 x$ |
| • | Kružnica <i>k1</i> : | k1: $x^2 + y^2 = 25$ |
| • | Kružnica <i>k2</i> : | k2: $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$ |
| | | |

<u>Napomena</u>: Ako definišemo dva parametra a = 4 i b = 3, možemo zadati elipsu kao eli: $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$.

4.2.5. Funkcija po x

Da unesemo funkciju možemo koristiti već prethodno definisane promenljive (brojeve, tačke, vektore, ...) kao i druge funkcije

Primjeri:

| • | Funkcija <i>f</i> : | $f(x) = 3 x^3 - x^2$ |
|---|-----------------------|----------------------|
| • | Funkcija <i>g</i> : | g(x) = tan(f(x)) |
| • | Neimenovana funkcija: | sin(3 x) + tan(x) |

Sve interne funkcije (npr. *sin, cos, tan*) su opisane u odjeljku aritmetičke operacije (vidi Aritmetičke operacije).

U programu GeoGebra možemo,također,koristiti naredbe da dobijemo Integral i Izvod funkcije.

Također, možemo koristiti f' (x) ili f' (x),... da dobijemo izvode prethodno definisane funkcije f(x). <u>Primjer</u>: Prvo, definišimo funkciju f kao f (x) = 3 x^3 - x^2. Zatim, unesimo g (x) = cos (f' (x + 2)) da definišemo funkciju g.

Pored toga, funkcija može biti translatorno preslikana za vektor (vidi naredba Translacija),a nezavisna funkcija može biti pomjerana pomoću miša (vidi način Pomjeranje).

Funkcija ograničena na intervalu

Da bi smo ograničili funkciju na intervalu [*a*, *b*], koristićemo naredbu Funkcija (vidi naredbu Funkcija).

4.2.6. Lista figura

Upotrebom velikih zagrada možemo kreirati listu od nekoliko figura (npr. tačke, duži, kružnice).

Primjeri:

- $L = \{A, B, C\}$ daje listu koja sadrži tri prethodno definisane tačke A, B, i C.
- $L = \{ (0, 0), (1, 1), (2, 2) \}$ daje listu koja sadrži unesene neimenovane tačke.

4.2.7. Aritmetičke operacije

Pri unosu brojeva, koordinata, ili jednačina (vidi <u>Direktan unos</u>) možemo koristititi aritmetičke izraze u zagradama. Sljedeće operacije su dostupne u programu GeoGebra:

| Operacija | Ulaz | |
|----------------------|-------------------|--|
| Sabiranje | + | |
| Oduzimanje | - | |
| Množenje | * ili space tipka | |
| skalarni proizvod | * ili space tipka | |
| Dijeljenje | / | |
| Stepen | ^ ili 2 | |
| Faktorijel | ! | |
| Gamma funkcija | gamma() | |
| Zagrada | () | |
| x-koordinata | X () | |
| y-koordinata | у() | |
| apsolutna vrijednost | Abs() | |
| Znak | Sgn() | |
| kvadratni korijen | sqrt() | |
| kubni korijen | cbrt() | |
| broj između 0 i 1 | random() | |

| Operacija | Ulaz | |
|--|------------------------|--|
| eksponencijalna funkcija | exp() ili e^x | |
| logaritam (prirodni, od e) | ln() İ li log() | |
| logaritam od 2 | ld() | |
| logaritam od 10 | lg() | |
| Kosinus | cos() | |
| Sinus | sin() | |
| Tangens | tan() | |
| arkus kosinus acos () | | |
| arkus sinus asin() | | |
| arkus tangens atan () | | |
| hiperbolni kosinus cosh () | | |
| hiperbolni sinus | sinh() | |
| hiperbolni tangens | tanh() | |
| antihiperbolni kosinus | acosh() | |
| antihiperbolni sinus asinh() | | |
| antihiperbolni tangens atanh () | | |
| najveći cijeli broj manji ili jednak od | floor() | |
| najmanji cijeli broj veći ili jednak od ceil() | | |
| Zaokružiti | round() | |

Primjeri:

- Središte *M* tačaka *A* i *B* može biti uneseno kao M = (A + B) / 2.
- Dužinu vektora v možemo izračunati kao l = sqrt(v * v).

Napomena: U programu GeoGebra pored brojeva, možemo možemo računati s tačkama i vektorima.

4.2.8. Boolean-ove promjenjive

Možemo upotrebljavati Boolean-ove(logičke) promjenjive"tačno (true)" i "netačno (false)" u programu GeoGebra.

<u>Primjeri</u>: Ukucajte a = tačno ili b = netačno u polje za unos i pritisnite tipku *Enter*.

Okvir za izbor i tipke sa strelicama

Nezavisne Boolean-ove promjenjive mogu biti prikazane kao okvir za izbor na radnoj površi (vidi način [⊠][®] Dijaloški okvir da pokažemo ili sakrijemo figuru). Pomoću tipki sa strelicama možemo mijenjati Boolean-ove promjenjive u algebarskom prozoru, također (vidi Animacija).

4.2.9. Boolean-ovi operatori

Sljedeće Boolean-ovi (logički) operatori su dostupni u programu GeoGebra:

| | Operacija | Primjer | Tipovi |
|---------|-----------|------------|--|
| Jednako | ≟ ili == | a≟bilia==b | brojevi, tačke, prave, konike <i>a</i> , <i>b</i> |

| | Operacija | Primjer | Tipovi |
|-------------------|--------------------|---------------------------|--|
| Nejednako | ≠ ili != | a≠bilia!=b | brojevi, tačke, prave, konike <i>a</i> , <i>b</i> |
| manje od | < | a < b | brojevi a, b |
| veće od | > | a > b | brojevi <i>a</i> , <i>b</i> |
| manje ili jednako | ≤ ili <= | $a \leq b$ ili $a \leq b$ | brojevi <i>a</i> , <i>b</i> |
| veće ili jednako | ≥ ili >= | a ≥ b ili a >= b | brojevi <i>a</i> , <i>b</i> |
| I | ٨ | a A b | Boolean-ovi iskazi a, b |
| lli | V | a V b | Boolean-ovi iskazi a, b |
| Negacija | ⊐ ili ! | ¬a ili !a | Boolean-ovi iskazi a, b |
| Paraleno | | a b | prave a, b |
| Normalno | Ţ | a ⊥ b | Prave a, b |

4.3. Naredbe

Upotrebom naredbi možemo kreirati nove i mijenjati postojeće figure. Rezultatima naredbi možemo pridružiti oznaku iza koje slijedi znak "=". U sljedećem primjeru novu tačku označili smo sa S.

<u>Primjer</u>: Presječnu tačku dvije prave *g* i *h* možemo zadati kao *S* = Presjek[g,h] (vidi naredba Presjek).

<u>Napomena</u>: Možemo koristiti indekse u nazivima figura kao npr: A_1 ili S_{AB} unoseći A_1 ili s_{AB}.

4.3.1. Opće naredbe

Relacija

Relacija[figura a, figura b]: prikazat će poruku koja nam govori o odnosu između figure a i figure b. <u>Napomena</u>: Ova naredba omogućava nam da odredimo da li su dvije figure međusobno jednake, da li tačka pripada pravoj ili koniki, ili da li je prava tangenta konike ili nema zajedničkih tačaka s konikom.

Brisanje

Obriši[figura a]: Briše figuru a,kao i sve figure koje zavise od figure a.

Element

Element[list L, broj n]: n^{ti} element liste L

4.3.2. Boolean-ove naredbe

Ako[uvjet, a, b]: daje kopiju figure a,ako je postavljeni uvjet tačan(true), a kopiju figuru b,ako je postavljeni uvjet netačan (false).

Ako[uvjet, a]: daje kopiju figure a,ako je postavljeni *uvjet* tačan(true), i nedefinisanu figuru,ako je postavljeni uvjet netačan (false).

4.3.3. Broj

Dužina

Dužina[vektor v]: Dužina vektora v Dužina[tačka A]: Dužina radijus- vektora tačke A Dužina[funkcija f, broj x1, broj x2]: Dužina grafa funkcije f između brojeva x1 i x2 Dužina[funkcija f, tačka A, tačka B]: Dužina grafa funkcije f između tačke A i tačke B koje pripadaju grafu funkcije f. Dužina[kriva c, broj t1, broj t2]: Dužina krive c između brojeva t1 i t2 Dužina[kriva c, tačka A, tačka B]: Dužina krive c između tačke A i tačke B koje pripadaju krivoj c.

Dužina[lista L]: Dužina liste L (broj elemenata na listi)

Površina

Površina[tačka A, tačka B, tačka C, ...]: Površina mnogougla određenog datim tačkama A, B i C Površina[konika c]: Površina konike c (kruga ili elipse)

Udaljenost

Udaljenost[tačka A, tačka B]: Udaljenost između tačaka A i B Udaljenost[tačka A, prava g]: Udaljenost između tačke A i prave g Udaljenost[prava g, prava h]: Udaljenost između prave g i prave h.

<u>Napomena</u>: Udaljenost pravih koje se sijeku jednaka je 0. Ova funkcija interesantna je za paralelne prave.

Ostatak

Ostatak[broj a, broj b]: Ostatak dijeljena,kada broj a podijelimo s brojem b

Cjelobrojni količnik

Količnik[broj a, broj b]: Cjelobrojni količnik dijeljenja kad broj a podijelimo brojem b

Nagib

Nagib[prava g]: Nagib prave g. <u>Napomena</u>: Ova naredba,također,crta nagib prave kao trougao ispod ili iznad prave čija veličina može biti promjenjena (vidi Dijaloški prozor osobina).

Krivina

Krivina[tačka A, funkcija f]: Krivina/zakrivljenost/funkcije f u tački A Krivina[tačka A, kriva c]: Krivina/zakrivljenost/krive c u tački A

Poluprečnik

Poluprečnik[kružnica c]: Poluprečnik kružnice c

Obim

Obim[konike c]: Kao rezultat daje obim konike c (kružnice ili elipse)

Obim

Obim[mnogougao mnog]: Obim mnogougla mnog

Parametar

Parametar[parabola p]: Parametar parabole p (udaljenost direktrise i fokusa)

Glavna poluosa

GlavnaPoluosa[konika c]: Dužina glavne poluose konike c

Sporedna poluosa

SporednaPoluosa[konika c]:Dužinu sporedne poluose konike c

Ekscentricitet

Ekscentricitet[konika c]: Ekscentricitet konike c

Integral

- Integral[funkcija f, broj a, broj b]: Definiše određeni integral funkcije
 f(x) od broja a do b. Napomena: Ova naredba,također,crta površinu između
 grafa funkcije f i x-ose.
- Integral[funkcija f, funkcija g, broj a, broj b]: Definiše određeni
 integral razlike funkcija f(x) g(x) od broja a do broja b.

<u>Napomena</u>: Ova naredba,također,crta površinu između grafova funkcije *f* i *g*.

Napomena: Vidi Neodređeni integral

Donja suma

DonjaSuma[funkcija f, broj a, broj b, broj n]: Donja suma funkcije f na intervalu [a, b] s n pravougaonika.<u>Napomena</u>: Ova naredba,također, crta pravougaonike donje sume.

Gornja suma

GornjaSuma[funkcija f, broj a, broj b, broj n]:Gornja suma funkcije f na intervalu [a, b] s n pravougaonika. <u>Napomena</u>: Ova naredba,također, crta pravougaonike gornje sume.

Iteracija

Iteracija[funkcija f, broj x0, broj n]: Iteracija funkcije f n puta s datom početnom vrijednošću x0. <u>Primjer</u>: Nakon definisanja $f(x) = x^2$ naredba Iteracija[f, 3, 2] daje kao rezultat $(3^2)^2 = 27$

Minimum i Maksimum

Min[broj a, broj b]: Minimum datih brojeva a i b
Max[broj a, broj b]: Maksimum datih brojeva a i b

Affin omjer

AffinOmjer[tačka A, tačka B, tačka C]: Kao rezultat daje Affin omjer λ od tri kolinearne tačke A, B i C, gdje je C=A + λ *AB

BiOmjer

BiOmjer[tačka A, tačka B, tačka C, tačka D]:BiOmjer λ četiri kolinearne tačke A, B, C i D, gdje je λ = AffinOmjer[B, C,D] / AffinOmjer[A, C, D]

4.3.4. Ugao

Ugao

4.3.5. Tačka

Tačka

Tačka[prava g]: Tačka na pravoj g
Tačka[konika c]: Tačka na koniki c (npr. kružnici, elipsi, hiperboli)
Tačka[funkcija f]: Tačka na grafu funkcije f
Tačka[mnogougao mnog]: Tačka na ivicama mnogouglu mnog
Tačka[vektor v]: Tačka na vektoru v
Tačka[tačka P, vektor v]: Tačka P plus vektor v

Središte i Centar

Središte[tačka A, tačka B]: Središte između tačaka A i B
središte[duž s]: Središte duži s
Centar[konika c]: Centar konike c (npr. kružnice, elipse, hiperbole)

Žiža

Žiža[konika c]:(Sve) žiže konike c

Tjeme

Tjeme[konika c]: (Sva) tjemena konike c

Težište

Težište[mnogougao mnog]: Težište mnogougla mnog

Presjek

```
Presjek[prava g, prava h]: Presječna tačka pravih g i h
Presjek[prava g, konika c]: Sve presječne tačke prave g i konike c (max. 2)
```

```
Presjek[prava g, konika c, broj n]: n<sup>ta</sup> presječna tačka prave g i konike c
Presjek[konika c1, konika c2]: Sve presječne tačke konika c1 i c2 (max. 4)
Presjek[konika c1, konika c2, broj n]: n<sup>ta</sup> presječna tačka konika c1 i c2
Presjek[polinom f1, polinom f2]: Sve presječne tačke polinoma f1 i f2
Presjek[polinom f1, polinom f2, broj n]: n<sup>ta</sup> presječna tačka polinoma
f1 i f2
Presjek[polinom f, prava g]: Sve presječne tačke polinoma f i prave g
Presjek[polinom f, prava g, broj n]: n<sup>ta</sup> presječna tačka polinoma f i
prave g
Presjek[funkcija f, funkcija g, tačka A]: Presječna tačka funkcija
f i g s početnom tačkom A (za Newton-ov metod)
Presjek[funkcija f, prava g, tačka A]: Presječna tačka funkcije f i prave
g s početnom tačkom A (za Newton-ov metod)
```

Napomena: Također, vidi način \times Presjek dvije figure

Nula

Nula[polinom f]: Sve nule polinoma f(kao tačke)

Nula[funkcija f, broj a, broj b]: Nula funkcije f na intervalu [a, b] (regula falsi)

Ekstrem

Ekstrem [polinom f]: Svi lokalni ekstremi polinomal f (kao tačke)

Tačka prevoja /Tačka infleksije/

TačkaPrevoja[polinom f]: Sve tačke prevoja /infleksije/ polinoma f

4.3.6. Vektor

Vektor

Vektor[tačka A, tačka B]: Vektor od tačke A do tačke B Vektor[tačka A]: Radijus-vektor/vektor položaja/ tačke A

Smjer

Smjer[prava g]: Vektor smjera prave g.Napomena: Prava data jednačinom
 ax + by = c ima vektor smjera (b, - a).

Jedinični vektor

```
JediničniVektor[prava g]: Vektor smjera dužine 1 prave g
JediničniVektor[vektor v]: Vektor dužine 1, istog smjera i orijentacije kao i
dati vektor v
```

Normalni vektor

NormalniVektor[prava g]: Normalni vektor na pravu g. <u>Napomena</u>: Prava data jednačinom ax + by = c ima normalni vektor (a, b).

NormalniVektor[vektor v]: Normalni vektor vektora v. <u>Napomena</u>: Vektor s koordinatama (a, b) ima normalni vektor (- b, a).

Jedinični normalni vektor

JediničniNormalniVektor[prava g]: Normalni vektor dužine 1 na pravu g JediničniNormalniVektor[vektor v]: Normalni vektor dužine 1 na vektor v

VektorKrivine

VektorKrivine[tačka A, funkcija f]: Vektor krivine funkcije f u tački A VektorKrivine[tačka A, kriva c]: Vektor krivine krive c u tački A

4.3.7. Duž

Duž

Duž[tačka A, tačka B]: Duž određena s tačkama A i B Duž[tačka A, broj a]: Duž dužine a s početnom tačkom A. <u>Napomena</u>: Krajnja tačka duži je ,također,kreirana.

4.3.8. Poluprava

Poluprava

Poluprava[tačka A, tačka B]: Poluprava s početnom tačkom A kroz tačku B Poluprava[tačka A, vektor v]: Poluprava s početnom tačkom A i vektorom v

4.3.9. Mnogougao

Mnogougao

Mnogougao[tačka A, tačka B, tačka C,...]: Mnogougao određen datim tačkama A, B, C,...kao tjemenima mnogougla

4.3.10. Prava

Prava

Prava[tačka A, tačka B]: Prava kroz dvije tačke A i B Prava[tačka A, prava g]: Prava kroz tačku A paralena s pravom g Prava[tačka A, vektor v]: Prava kroz tačku A s pravcem vektora v

Normala

Normala[tačka A, prava g]: Prava kroz tačku A normalna na pravu g Normala[tačka A, vektor v]: Prava kroz tačku A normalna na vektor v

Simetrala duži

SimetralaDuži[tačka A, tačka B]: Simetrala duži AB SimetralaDuži[duž s]: Simetrala duži s

Simetrala ugla

SimetralaUgla[tačka A, tačka B, tačka C]: Simetrala ugla određenog tačkama A, B i C. <u>Napomena</u>:Tačka B je tjeme ovog ugla.

SimetralaUgla[prava g, prava h]:Obje simetrale ugla određene pravim g i h.

Tangenta

```
Tangenta[tačka A, konika c]: (Sve) tangente kroz tačku A na koniku c
Tangenta[prava g, konika c]: (Sve) tangente konike c paralelne s pravom g
Tangenta[broj a, funkcija f]: Tangenta funkcije f(x) u tački x = a
Tangenta[tačka A, funkcija f]: Tangenta funkcije f(x) u tački x = x(A)
Tangenta[tačka A, kriva c]: Tangenta krive c u tački A
```

Asimptote

Asimptote[hiperbola h]: Obje asimptote hiperbole h

Direktrisa

Direktrisa[parabola p]: Direktrisa parabole p

Ose

Ose[konika c]: Glavna i sporedna osa konike c

Glavna osa

GlavnaOsa[konika c]: Glavna osa konike c

Sporedna osa

SporednaOsa[konika c]: Sporedna osa konike c

Polara

Polara[tačka A, konika c]: Polara tačke A u odnosu na koniku c

Dijametar

```
Dijametar[prava g , konika c]: Dijametar konike c paralelan s pravom g
Dijametar[vektor v, konika c]: Dijametar konike c s pravcem vektor v
```

4.3.11. Konike

Kružnica

Kružnica[tačka M, broj r]: Kružnica s centrom u tački M i poluprečnikom r
Kružnica[tačka M, duž s]: Kružnica s centrom u tački M i poluprečnikom
dužine jednake Dužina[s]
Kružnica[tačka M, tačka A]: Kružnica s centrom u tački M kroz tačku A
Kružnica[tačka A, tačka B, tačka C]: Kružnica kroz tri tačke A, B i C

Oskulatorna kružnica

OskulatornaKružnica[tačka A, funkcija f]:Oskulatorna kružnica (kružnica krivine) funkcije f u tački A

OskulatornaKružnica [tačka A, kriva c]: Oskulatorna kružnica (kružnica krivine) krive c u tački A

Elipsa

Elipsa[tačka F, tačka G, broj a]: Elipsa sa žižama u tačkama F i G i glavnom poluosom dužine a. <u>Napomena</u>: Uvjet: 2a > Udaljenost[F, G]

Elipsa[tačka F, tačka G, duž s]: Elipsa s žižama u tačkama F i G gdje je dužina glavna poluose jednaka dužini duži s (a = Dužina[s]).

Hiperbola

Hiperbola[tačka F, tačka G, broj a]: Hiperbola sa žižama u tačkama F i G i dužinom glavne poluose a. Napomena: Uvjet: 0 < 2a < Udaljenost[F, G] Hiperbola[tačka F, tačka G, duž s]: Hiperbola sa žižama u tačkama F i G gdje je dužina glavne poluose jednaka dužini duži s (a = Dužina[s])

Parabola

Parabola[tačka F, prava g]: Parabola s žižom u tački F i direktrisom g

Konika

Konika[tačka A, tačka B, tačka C, tačka D, tačka E]: Konika kroz pet tačaka A, B, C, D i C. <u>Napomena</u>: Ni koje četiri tačke nisu kolinearne.

4.3.12. Funkcija

lzvod

Izvod[funkcija f]: lzvod funkcije f(x)
Izvod[funkcija f, broj n]: n^{ti} izvod funkcije f(x)

```
Napomena: Možemo koristiti notaciju f'(x) umjesto Izvod[f],kao i f''(x) umjesto Izvod[f, 2].
```

Integral

Integral[funkcija f]: Neodređeni integral funkcije f(x)

Napomena: Vidi Određeni integral

Polinom

Polinom [funkcija f]: Razvoj polinoma funkcije f. <u>Primjer</u>: Polinom [(x - 3)^2] daje $x^2 - 6x + 9$

Taylorov polinom

Taylorov polinom[funkcija f, broj a, broj n]: Taylor-ov polinom funkcije f u okolini tačke x = a reda n

Funkcija

```
Funkcija[funkcija f, broj a, broj b]: Funkcija, koja je jednaka funkciji f
na intervalu [a, b],a nije definisana van intervala [a, b]
```

Uvjetna funkcija

Možemo koristiti Boolean-ove naredbe Ako (vidi naredbu Ako) da kreiramo uvjetnu funkciju.

Napomena: Izvode i integrale funkcija možemo koristiti kao funkcije i presjecati ih kao "normalne" funkcije.

Primjer:

- $f(x) = Ako[x < 3, sin(x), x^2]$ daje funkciju jednaku sa:
 - sin(x) za x < 3 i
 - x^2 za $x \ge 3$.

4.3.13. Parametarske krive

Kriva[izraz e1, izraz e2, parametar t, broj a, broj b]: Descartes-ove parametarske krive za dati x-izraz e1 i y-izraz e2 (koristeći parametar t) unutar datog intervala [a, b]

<u>**Primjer**</u>: c = Kriva[2 cos(t), 2 sin(t), t, 0, 2 pi]

Izvod[kriva c]: Izvod krive c

Napomena: Parametarske krive moguće je upotrebljavati kao funkcije u aritmetičkim izrazima.

Primjer: Unos c (3) kao rezultat daje tačku kao parametar položaja 3 na krivoj c.

<u>Napomena</u>: Upotrebom miše,također,možemo kreirati tačku na krivoj u načinu • *Nova tačka* (vidi način Nova tačka; također vidi naredbu Tačka). Kako su parametri *a* i *b* dinamički možemo koristiti klizač (vidi način Klizač).

4.3.14. Luk i isječak

Napomena: Algebarska vrijednost luka je njegova dužina, a isječka njegova površina.

Polukružnica

Polukružnica[tačka A, tačka B]: Polukružnica nad duži AB,kao prečnikom.

Kružni luk

```
KružniLuk[tačka M, tačka A, tačka B]: Kružni luk s tačkom M kao centrom između tačaka A i B. <u>Napomena</u>: Tačka B ne mora pripadati luku.
```

Opisani luk

OpisaniLuk[tačka A, tačka B, tačka C]: Opisani luk kroz tri tačke A, B i C

Luk

Luk[konika c, tačka A, tačka B]: Luk konike c između tačaka A i B koje pripadaju koniki c (kružnica ili elipsa)

- Luk[konika c, broj t1, broj t2]: Luk konike c između tačaka parametarskih vrijednosti *t1* i *t2* koje pripadaju koniki c za sljedeće parametarske forme:
 - Kružnica: (*r cos(t), r sin(t)*),gdje je *r* poluprečnik kružnice
 - Elipsa: (*a* cos(*t*), *b* sin(*t*)),gdje su *a* i *b* dužine glavne i sporedne poluose

Kružni isječak

KružniIsječak[tačka M, tačka A, tačka B]: Kružni isječak s centrom u tački *M* između tačaka *A* i *B*. <u>Napomena</u>: tačka *B* ne mora pripadati luku.

lsječak opisanog luka

IsječakOpisanogLuka[tačka A, tačka B, tačka C]: Kružni isječak kroz tri tačke A, B i C

lsječak

Isječak[konika c, tačka A, tačka B]: **Isječak konike između dvije tačke A i** *B* koje pripadaju koniki c (kružnica ili elipsa)

- Isječak[konika c, broj t1, broj t2]: Isječak konike između dvije tačke parametarskih vrijednosti *t1* i *t2* koje pripadaju koniki c za sljedeće parametarske forme:
 - Kružnica: (*r cos(t*), *r sin(t*)), gdje je *r* poluprečnik kružnice
 - Elipsa: (a cos(t), b sin(t)), gdje su a i b dužina glavne i sporedne poluose.

4.3.15. Slika

Ugao slike

UgaoSlike[slika sl, broj n]: n^{ti} ugao slike sl s maksimalno 4 ugla slike

4.3.16. Tekst

Ime

Ime[figura]: Tekst prikazuje ime date figure

<u>Napomena</u>:Ovu naredbu koristimo u dinamičkom tekstu za figure da možemo preimenovati figure

4.3.17. Lokus

Lokus

Lokus [tačka Q, tačka P]: Daje krivu lokusa tačke Q u zavisnosti od tačke P. <u>Napomena</u>: Tačka P se mora nalaziti na figuri (npr. prava, duž, kružnica).

4.3.18. Niz

Niz

Niz[izraz e, promjenjiva i, broj a, broj b]: Lista figura kreiranih pomoću izraza e i indeksa i od broja a do broja b.

<u>Primjer</u>: L = Niz[(2, i), i, 1, 5] kreira listu tačaka čije y-koordinate su od 1 do 5

Niz[izraz e, promjenjiva i, broj a, broj b, broj s]: Lista figura kreiranih pomoću izraza e i indeksa *i* od broja *a* do broja *b*, s datim korakom promjene *s*. <u>Primjer</u>: L = Niz[(2, i), i, 1, 5, 0.5] kreira listu tačaka čije *y*-koordinate su od 1 do 5, s korakom promjene 0.5.

Napomena: Kako su parametri a i b dinamički možemo koristiti klizač.

Druge naredbe za niz

```
Element[lista L, broj n]: n^{ti} element liste L
Dužina[lista L]: Dužina liste L
Min[lista L]: Minimalni element liste L
Max[lista L]: Maksimalni element liste L
```

Iteracija

ListaIteracija [funkcija f, broj x0, broj n]: Lista *L* dužine *n*+1 čiji elementi su iteracije funkcije *f* s početnom vrijednošću *x0*.

<u>Primjer</u>: Nakon definisanja funkcije $f(x) = x^2$ naredba L = ListaIteracija [f, 3, 2] daje listu $L = \{3, 3^2, (3^2)^2\} = \{3, 9, 27\}$

4.3.19. Geometrijske transformacije

Ako pridružimo svakoj od sljedećih naredbi neku figuru, napravit ćemo kopiju (sliku) početne figure.

<u>Napomena</u>: Naredba Simetrija[A, g] simetrično preslikava tačku A preko ose simetrije-prave g i mijenja položaj tačke A. Unosom B = Simetrija[A, g] bit će kreirana nova tačka B, dok će tačka A ostati nepromijenjena.

Translacija

Translacija[tačka A, vektor v]: Translacija tačke A za vektor v
Translacija[prava g, vektor v]: Translacija prave g za vektor v
Translacija[konika c, vektor v]: Translacija konike c za vektor v
Translacija[funkcija c, vektor v]: Translacija funkcije f za vektor v
Translacija[mnogougla mnog, vektor v]: Translacija mnogougla mnog za
vektor v. Napomena: Nova tjemena i duži su, također, kreirani.

```
Translacija[slika sl, vektor v]: Translacija slike s/ za vektor v
Translacija[vektor v, tačka P]: Translacija početne tačke vektora v do
tačke P
```

Napomena: Vidi način **Translacija figure za vektor**

Rotacija

```
Rotacija[tačka A, ugao fi]: Rotacija tačke A za ugao φ oko koordinatnog
    početka
Rotacija[vektor v, ugao fi]: Rotacija vektora v za ugao φ
Rotacija[prava g, ugao fi]: Rotacija prave g za ugao φ oko koordinatnog
    početka
Rotacija[konika c, ugao fi]: Rotacija konike c za ugao φ oko koordinatnog
    početka
```

Rotacija [mnogougla mnog, ugao fi]: Rotacija mnogougla mnog za ugao φ oko koordinatnog početka. <u>Napomena</u>:Nova tjemena i duži su,također,kreirani.

Rotacija[slika sl, ugao fi]: Rotacija slike s/ za ugao φ oko koordinatnog početka

- Rotacija[tačka A, ugao fi, tačka B]: Rotacija tačke A za ugao φ oko tačke B
- Rotacija[prava g, ugao fi, tačka B]: Rotacija prave g za ugao φ oko tačke B
- Rotacija[konika c, ugao fi, tačka B]: Rotacija konike c za ugao φ oko tačke B
- Rotacija[mnogougao mnog, ugao fi, tačka B]: Rotacija mnogougla mnog za ugao φ oko tačke B. <u>Napomena</u>: Nova tjemena i duži su, također, kreirani.
- Rotacija[slika sl, ugao fi, tačka B]: Rotacija slike s/ za ugao φ oko tačke B

Napomena: Vidi način -Rotacija figure oko tačke za ugao

Simetrija

Simetrija[tačka A, tačka B]: Centralna simetrija tačke A s centrom u tački B Simetrija[prava g, tačka B]: Centralna simetrija prava g s centrom u tački B Simetrija[konika c, tačka B]:Centralna simetrija konike c s centrom u tački B Simetrija[mnogougao mnog, tačka B]: Centralna simetrija mnogougla mnog s centrom u tački B. Napomena: Nova tjemena i duži su, također, kreirani. Simetrija[slika sl, tačka B]: Centralna simetrija slike s/ s centrom u tački B Simetrija[tačka A, prava h]: Osna simetrija tačke A u odnosu na pravu h Simetrija[prava g, prava h]: Osna simetrija prave g u odnosu na pravu h

Simetrija [konika c, prava h]: Osna simetrija konike c u odnosu na pravu h Simetrija [mnogougao mnog, prava h]: Osna simetrija mnogougla mnog u odnosu na pravu h. Napomena: Nova tjemena i duži su, također, kreirani.

Simetrija[slika sl, prava h]: Osna simetrija slike s/ u odnosu na pravu h

Napomena: Vidi način · Centralna simetrija ; način · Osna simetrija

Homotetija

- Homotetija[tačka A, broj f, tačka S]: Homotetično preslikavanje tačke A iz centra homotetije-tačke S za koeficijent homotetije-faktor f
- Homotetija[prava h, broj f, tačka S]: Homotetično preslikavanje prave h iz centra homotetije- tačke S za koeficijent homotetije-faktor f
- Homotetija[konika c, broj f, tačka S]: Homotetično preslikavanje konike c iz centra homotetije-tačke S za koeficijent homotetije-faktor f
- Homotetija[mnogougao mnog, number f, tačka S]: Homotetično preslikavanje mnogougla mnog iz centra homotetije-tačke S za koeficijent homotetije-faktor f <u>Napomena</u>: Nova tjemena i duži su kreirani,također.
- Homotetija[slika sl, broj f, tačka S]: Homotetično preslikavanje slike *sl* iz centra homotetije - tačke S za koeficijent homotetije-faktor *f*

Napomena: Vidi način Komotetija figure s centrom i koeficijentom homotetije

Štampanje i Prenos

Štampanje

Radna površ

U izborniku *Datoteka*,kliknemo li na opciju *Pregled prije štampanja* otvorit će se prozor u kojem možemo specificirati naslov, autora, datum,koji će se štampati zajedno crtežom na radnoj površi kao i omjer štampanja radne površi(u cm).

Napomena: Ako nakon izmjene bilo kojeg podatka pritisnemo tipku *Enter*, promjene će biti prikazane u prozoru za pregled prije štampanja.

Opis konstrukcije

Da otvorimo Pregled prije štampanja opisa konstrukcije potrebno je prvo da otvorimo *Opis konstrukcije* (izbornik *Prikaz*).U prozoru koji će se pojaviti u izborniku *Datoteka* izaberimo opciju *Pregled prije štampanja*.

<u>Napomena</u>: Možemo uključiti i isključiti različite kolone opisa konstrukcije kao *Ime*, *Definicija*, *Naredba*, *Algebra* i *Kontrolna tačka* (vidi izbornik *Prikaz* opis konstrukcije).

U prozoru pregled prije štampanja opisa konstrukcije možemo specificirati naslov, autora, kao i datum.

Navigacijska traka,koja se nalazi na dnu prozora opisa konstrukcije,omogućava nam da prolazimo kroz konstrukciju korak-po-korak (vidi Navigacijska traka).

<u>Napomena</u>: Upotreba kolone *Kontrolna tačka* (izbornik *Prikaz*) omogućava nam da definišemo izvjesne korake konstrukcije kao kontrolne tačke grupisanih figura. Kada prolazimo kroz konstrukciju pomoću navigacijske trake grupisane figure se prikazuju istovremeno.

Radna površ kao slika

U izborniku *Datoteka* u polju *Prenos* naći ćemo opciju *Radna površ kao slika*. Ovdje, možemo specificirati skalu (u cm) i rezoluciju (u dpi) izlazne slike. Veličina slike prikazana je na dnu prozora.

Kada vršimo prenos radne površi kao slike možemo izabrati jedan od sljedećih *formata*:

PNG – Portable Network Graphics

Ovo je grafički format u pikselima. Što je rezolucija veća (dpi), bolja je kvaliteta slike (rezolucija 300dpi je dovoljna za većinu primjena). Ako se PNG slike naknadno uvećavaju ili umanjuju, kvalitet im se umanjuje.

PNG slike pogodne su za korištenje na web-stranicama (html) i u Microsoft Word-u.

<u>Napomena</u>: Kada god ubacujemo PNG sliku u Word-ov dokument (izbornik *Insert*, *Image from file*) treba obratiti pažnju da njenu veličinu u Word-u podesimo na 100%. U suprotnom,dimenzija date slike (u cm) biće promjenjene.

EPS – Encapsulated Postscript

Ovo je vektorski grafički format. EPS slike mogu mijenjati veličinu bez gubitka kvaliteta. EPS slike pogodne su za korištenje u programima za vektorsko crtanje, kao Corel Draw i u profesionalnim sistemima za obradu teksta, kao što je LaTeX. Rezolucija EPS slika iznosi 72dpi, ali ova vrijednost se koristi samo za

preračunavanje veličine slike u cm i nema uticaj na njen kvalitet.

Napomena: Efekat ispune mnogouglova i konika gubi se prilikom prenosa slika u EPS formatu.

SVG – Scaleable Vector Graphic

(vidi EPS format)

EMF – Enhanced Meta Format

(vidi EPS format)

PSTricks

za LaTeX

Radna površ u međuspremnik

U izborniku *Datoteka*,u polju *Prenos* naći ćemo opciju *Radna površ u međuspremnik*. Ovo omogućava kopiranje slike radne površi u sistemski međuspremnik u PNG formatu (vidi PNG format). Zatim, ovu sliku možemo ubaciti i u druge programe naredbom Paste (npr. Microsoft Word dokumente).

<u>Napomena</u>: Ako želimo da prenesemo crtež u ispravnom omjeru (u cm) u neki drugi program, koristimo naredbu *Radna površ kao slika* u izborniku *Datoteka*, polje *Prenos* (vidi Radna površ kao slika).

Opis konstrukcija kao Web-stranica

Da otvorimo prozor *Prenos opisa konstrukcije kao web-stranice* prvo otvorimo Opis konstrukcije iz izbornika *Prikaz*.Zatim,otvorimo opciju *Prenos kao web-stranica* u *Datoteka* izborniku.

<u>Napomena</u>: Možemo uključiti ili isključiti različite kolone opisa konstrukcije prije prenosa opisa konstrukcije kao web-stranice (vidi izbornik *Prikaz* opis konstrukcije).

U prozoru za prenos opisa konstrukcije kao web-stranice možemo specificirati naslov, autora, datum konstrukcije i izabrati želimo li ili ne uključiti u web-stranicu sliku radne površi i algebarski prozor zajedno s opisom.

<u>Napomena</u>: Kreiranu HTML datoteku možemo pregledati s bilo kojim internet explorerom (npr. Mozilla, Internet Explorer) i naknadno uređivati programima za obradu teksta (npr. Frontpage, Word).

Dinamični crtež kao Web-stranica

U izborniku Datoteka, u polju Prenos naći ćemo opciju Dinamični crtež kao Webstranica (html).

Na vrhu prozora za prenos možemo specificirati naslov, autora,kao i datum kreiranja dinamičnog crteža.

U odjeljku *Opće postavke* omogućeno je dodavanje teksta iznad ili ispod dinamičnog crteža (npr. opis konstrukcije i neka pitanja).Sam crtež može biti direktno uključen u web-stranicu ili otvoren s klikom na dugme.

U odjeljku *Napredne postavke* omogućena je promjena funkcija dinamičkog crteža (npr. reset ikona, dvostruki klik da otvorimo aplikacijski prozor),kao i modifikacija korisničkog sučelja (npr. Izgled alatne trake, promjena visine i širine).

<u>Napomena</u>: Nemoj te zadavati velike vrijednosti za širinu i visinu dinamičkog crteža da bi bio u potpunosti vidljiv u internet exploreru.

Kada prenosimo dinamični crtež, kreira se nekoliko vrsta datoteka:

- html datoteka (npr. *kruznica.html*) ova datoteka uključuje radni list
- ggb datoteka (e.g. kruznica_worksheet.ggb) ova datoteka sadrži GeoGebra konstrukciju
- geogebra.jar (nekoliko datoteka) ove datoteke sadrže program GeoGebra i čine crtež interaktivnim

Sve datoteke (npr. *kruznica.htm*l, *kruznica_worksheet.ggb* i *geogebra.jar* datoteke) trebale bi biti u jednom folder-u (direktoriju) da bi dinamička konstrukcija u potpunosti funkcionisala. Naravno, možemo napraviti kopiju svih datoteka u neki drugi direktorij.

<u>Napomena</u>: Kreiranu HTML datoteku (npr. *kruznica.html*) možemo pregledati bilo kojim internet explorerom (npr. Mozilla, Internet Explorer, Safari). Da bi dinamička konstrukcija funkcionisala, neophodno je, na računaru, instalirati program Java. Program Java može se besplatno preuzeti s adrese <u>http://www.java.com</u>. Ako želite da koristite radne listove na školskom računaru, zamolite lokalnog mrežnog administratora da instališe program Java na školskim računarima.

<u>Napomena</u>: Tekst s dinamičnog radnog lista možemo uređivati s programima za obradu teksta (npr. Frontpage, Word) koji omogućavaju obradu HTML datoteka.

Opcije

Opće postavke moguće je podešavati u izborniku *opcije*. Za podešavanje osobina figura koristimo Kontekstualni izbornik.

Vezivanje tačke za mrežu

Izborom ove opcije određujemo da li ćemo Vezivanje tačke za mrežu uključiti / isključiti ili ćemo tačke vezati za koordinatnu mrežu.

Ugaona mjera

Izborom ove opcije određujemo da li ćemo ugaonu mjeru prikazivati u stepenima (°) ili radijanima (rad).

Napomena: Unos je uvijek moguć na oba načina (stepeni i radijani).

Decimalna mjesta

Izborom ove opcije moguće je podesiti broj decimalnih mjesta od 0 do 5.

Kontinuitet

Program GeoGebra omogućava da uključimo /isključimo heuristički kontinuitet u izborniku *Opcije*. Softver koristi "približni heuristik" da održava prenos presječnih tačaka (prava-konika, konika-konika) blizu njihovih starih položaja i izbjegava njihovo preskakanje.

<u>Napomena</u>: U početnim postavkama programa ova opcija je isključena.Za definisanje korisničkih alata (vidi Definicija korisničkih alata) ova opcija je,također, uvijek isključena.

Oblik tačke

Izborom ove opcije određujemo da li ćemo tačku prikazivati kao kružić /puni ili prazni/ ili kao križić.

Oznaka pravog ugla

Izborom ove opcije određujemo da li ćemo pravi ugao označavati s pravougaonikom, tačkom, ili kao sve druge uglove.

Koordinate

Izborom ove opcije određujemo da li ćemo koordinate tačaka prikazivati kao A = (x, y) ili A(x | y).

Označavanje

Izborom ove opcije možemo specificirati da li ćemo prikazivati oznake novo kreiranih figura ili ne.

<u>Napomena</u>: Postavka *Automatsko* prikazuje oznake prilikom kreiranja novih figura, samo ako je algebarski prozor otvoren.

Veličina fonta

Izborom ove opcije određujemo veličinu fonta za oznake i tekst u štamparskim tačkama (pt).

Jezik

GeoGebra je multijezični softver. Izborom ove opcije možemo promijeniti postavku jezika. Ova promjena uključuje sve unose,kao i nazive svih naredbi i sve izlaze.

Radna površ

Izborom ove opcije otvaramo dijaloški prozor za podešavanje osobina radne površi (npr. koordinatne mreže i osa, boje pozadine).

Sačuvaj postavke

Program GeoGebra će "zapamtiti" naše favorizovane postavke (postavke u izborniku *Opcije*,kao i izgled alatne trake i radne površi) ako izaberemo opciju *Sačuvaj postavke* u izborniku *Opcije*.

Alati i Alatna traka

Definisanje korisničkih alata

U programu GeoGebra možemo kreirati vlastite konstrukcijske alate. Da kreiramo novi alat, izaberimo opciju *Kreiranje novog alata* u izborniku *Alati*. U dijaloškom prozoru koji će se pojaviti možemo specificirati izlazne i ulazne figure našeg alata, kao i izabrati ime za alat i naredbu.

Primjer: Alat -Četverougao

- Konstruišimo četverougao počevši od tjemena *A* i *B*.Kreirajmo,zatim i ostala tjemena i spojimo ih u načinu → Mnogougao da dobijemo četverougao *mnog1*.
- Izaberimo sada Kreiranje novog alata u izborniku Alati.
- Specificirajmo *Izlazne figure*: Klikom na četverougao ili izborom četverougla u padajućem izborniku.
- Specificirajmo *Ulazne figure:* Program GeoGebra će automatski specificirati ulazne figure (u ovom slučaju: tačke A i B). Također,možemo mijenjati odabrane ulazne figure koristeći padajući izbornik ili klikom na njih u konstrukciji.
- Specificirajmo *ime alata* i *ime naredbe* za novi alat. *Ime alata* pojavit će se u GeoGebra alatnoj traci,a *ime naredbe* možemo koristiti u polju za unos programa GeoGebra.
- Također,možemo izabrati proizvoljnu sliku za ikonu u alatnoj traci. Program GeoGebra će automatski prilagoditi veličinu slike ostalim ikona u alatnoj traci.

<u>Napomena</u>: Alat koji smo kreirali možemo koristiti uz pomoć miša ili kao naredbu u polju za unos. Svi kreirani alati bit će automatski sačuvani u "ggb" datoteci.

Upotrebom *Alatnog menadžera* (izbornik *Alati*) možemo brisati alat ili mu mijenjati ime i ikonu.Također,možemo sačuvati odabrane alate u *GeoGebra alatnim datotekama* ("ggt"). Ovu datoteku možemo pozivati i kasnije (izbornik *Datoteka, Otvori*) da učitamo kreirani alat za upotrebu u drugu konstrukciju.

Napomena: Otvorenu "ggt" datoteku nije moguće mijenjati, za razliku od otvorene "ggb" datoteku.

Prilagođavanje izgleda alatne trake

Možemo izabrati koje alate želimo prikazati u GeoGebra alatnoj traci pomoću opcije *Prilagođavanje izgleda alatne trake* u izborniku *Alati*. Ovo najviše koristimo za dinamični crtež kao web-stranica, gdje želimo da napravimo restrikciju dostupnih alata u alatnoj traci.

Napomena: Izabrani izgled alatne trake bit će sačuvan zajedno s konstrukcijom u "ggb" datoteci.

JavaScript sučelje

<u>Napomena</u>: U programu GeoGebra JavaScript sučelje je interesantno za korisnike koji eksperimentišu u HTML uređivanju.

U cilju povećanja interaktivnosti dinamični crtež kao web-stranica, GeoGebra apleti omogućavaju JavaScript sučelje. Na primjer, možemo kreirati dugme da na preskok generišemo nove konfiguracije dinamičkih konstrukcija.

Vidi dokument GeoGebra Applets and JavaScript za primjere i informacije korištenju JavaScript-a s GeoGebra apletima.

Indeks

Α

affin omjer naredba 31 ako naredba 36 alati korisnički definirani 46 upravljanje 46 alatna traka prilagođavanje 46 alatnog menadžera 46 animacija 24 apsolutna vrijednost 27 aritmetičke operacije 27 asimptote naredba 35

В

bi omjer naredba 32 boja 11 Boolean-ove naredbe 29 promjenjive 28 Boolean-ovi operatori 28 brisanje 11 figure, način rada 15 naredba 29 broj 25 granična vrijednost 25

С

cjelobrojni količnik naredba 30 crta debljina linije 11

D

decimalna mjesta opcije 44 definisanje korisničkih alata 46 Descartes-ove koordinate 25 dijametar naredba 35 dijeljenje 27 dinamični crtež 43 direktrisa naredba 35 donja suma naredba 31 duž naredba 34 pretvaranje u pravu redefinisanje 13 simetrala duži, naredba 34

duž određena s dvije tačke način rada 16 duž zadane dužine iz tačke način rada 16 dužina naredba 30

Ε

```
ekscentricitet
naredba 31
eksponencijalna funkcija 28
ekstrem
naredba 33
element
naredba 29
elipsa
naredba 36
```

F

```
faktorijel 27
format
prenos oblika 15
formula 21
funcija
naredba 36
funkcija 26
eksponencijalna 28
naredba 36
ograničena na intervalu 27
```

G

Gamma funkcija 27 geometrijski prozor 11 glavna osa naredba 35 glavna poluosa dužina, naredba 31 gornja suma naredba 31 granična vrijednost vrijednost broja 25 vrijednost ugla 25

Η

hiperbola naredba 36 homotetija figure s centrom i koeficijentom, način rada 21 naredba 40

I

indeks 25, 29 integral naredba 31, 36 određeni 31 isječak 37 naredba 38 isječak opisanog luka naredba 38 ispuna figure 11 iteracija 39 naredba 31 izgled linije 11 izvod naredba 36

J

JavaScript 47 jedinični normalni vektor naredba 34 jedinični vektor naredba 33 jezik opcije 45

Κ

klizač način rada 19 konika kroz 5 tačaka, način rada 18 naredba 36 konike 26 konstrukcija opis 12 kontekstualni izbornik 11 kontinuitet opcije 44 kontrolna tačka 12, 41 koordinate 25 oblik, opcije 45 x-koordinata 27 y-koordinata 27 koraci konstrukcije prenos 42 kosinus 28 krive 37 krivina naredbe 30 vektor naredba 34 kružni isječak naredba 38 određen centrom i s dvije tačke, način rada 18 određen s tri tačke, način rada 18 kružni luk naredba 37 određen centrom i s dvije tačke, način rada 18 određen s tri tačke, način rada 18 kružnica kroz tri tačke, način rada 18 naredba 35 određena centrom i poluprečnikom, način rada 17 određena centrom i tačkom, način rada 17 kubni korijen 27 kvadratni korijen 27

L

lista 27 logaritam 28 lokus 20 način rada 20 naredba 38 luk naredba 37

Μ

maksimum naredba 31 minimum naredba 31 mnogougao način rada 16 naredbe 34 pravilni, način rada 16 množenje 27 modulo funkcija naredba 30

Ν

načini rada 13 nagib naredba 30 nagib prave način rada 19 najmanji cijeli broj 28 najveći cijeli broj 28 naredbe 29 navigacijska traka 12, 41 niz 38 druge naredbe 39 normala način rada 17 naredba 34 normalni vektor, naredba 33 nova tačka način rada 15 nula naredba 33

0

obim naredba 30, 31 oblik kopiranje 15 oduzimanje 27 ograničenost funkcije na intervalu 27 okvir za izbor pokaži / sakrij figure 20 opći načini način rada 13 opcije 44 opis 12 opis konstrukcije prenos 42 opisani luk naredba 37 ose naredba 35 omjer 12 x-osa, y-osa 26 oskulatorna kružnica 35 osobine 13 dijalogški prozor 13 ostatak 30 označavanje opcije 45

oznaka pravog ugka opcije 44

Ρ

parabola naredba 36 paralela način rada 16 parametar naredba 31 parametarske krive 37 pojednostavljivanje polinoma 36 pokaži 11 pokaži / sakrij oznaku, način rada 14 pokaži / sakrij figuru, način rada 14 polara naredba 35 polara ili konjugirani prečnik način rada 17 polarne koordinate 25 polinom naredba 36 polje za unos 25 polukružnica način rada 18 naredba 37 poluprava naredba 34 poluprava kroz dvije tačke način rada 16 poluprečnik naredba 30 pomjeranje način rada 13 radna površ, način rada 14 površina između dvije funkcije 30 način rada 19 naredba 30 određenog integrala 30 pozadinska slika 22 prava 26 naredba 34 određena s dvije tačke, način rada 16 pretvaranje u duž, redefinisanje 12 pravilni mnogougao način rada 16 pravougaoni dio crteža 14 preimenovanje 11 prenos 41, 42, 43 prenos oblika način rada 15 presjek dvije figure, način rada 15 naredba 32 prilagođavanje izgleda alatne trake 46 proširivanje polinoma 36 prozirnost slika 23

R

radna površ opcije 45 radna površ 11 prenos 41 u međuspremnik 42 redefinisanje 11, 12 relacija način rada 14 naredba 29 rotacija figure oko tačke, način rada 20 naredba 39 oko tačke, način rada 14

S

sabiranje 27 sačuvaj postavke opcije 45 sakrij 11 simetrala duži način rada 17 simetrala ugla način rada 17 naredba 35 simetrija centralna simetrija, način rada 20 simetrija osna simetrija, način rada 20 simetrija naredba 40 sinus 28 skalarni proizvod 27 slika 22 pozadinska 22 pozicija 22 prozirnost 23 ubacivanje 22 ugao 38 slučajan 27 smjer naredba 33 sporedna osa naredba 35 sporedna poluosa dužina, naredba 31 središte način rada 15 središte centar naredba 32 štampanje 41 opisa konstrukcije 41 radne površi 41 stepenovanje 27

Т

tačka 25 naredbe 32 ne pripada pravoj, redefinisanje 12 oblik, opcije 44 pripada pravoj, redefinisanje 12 vezivanje tačke opcije 44 tačka prevoja naredba 33 tangens 28 tangenta način rada 17 naredba 35 **Taylorov Polinom** naredba 36 tekst 21 način rada 21 težište naredba 32 tjeme naredba 32 trag 11 transformacije 39 geometrijske 39 translacija figure za vektor, način rada 20 naredba 39 trigonometrijska function hyperbolic sine 28 trigonometrijska funkcija antihiperbolni kosinus 28 antihiperbolni sinus 28 antihiperbolni tangens 28 arc kosinus 28 arc sinus 28 arc tangens 28 hiperbolni kosinus 28 hiperbolni tangens 28 kosinus 28 sinus 28 tangens 28 trigonometrijske funkcije 26

U

ubacivanje slike, način rada 22 teksta 21 udaljenost način rada 18 naredba 30 ugao 25 granična vrijednost 25 mjera 44 način rada 19 nadopuna do punog ugla 25 naredbe 32 zadane veličine, način rada 19 ugao slike naredba 38 uvjetna funkcija naredba 36

V

vektor 25 iz tačke, način rada 15 naredba 33 određen s dvije tačke, način rada 15 veličina 11 veličina fonta opcije 45 vrijednosti promjena 24

Χ

x osa 26 x-koordinata 27

Υ

y osa 26 y-koordinata 27

Ζ

zagrade 27 zaokruženje 28 žiža naredba 32 znak 27 zumiranje 12 umanjenje način rada 14 uvećanje, način rada 14